

# Transição entre os Ensinos Fundamental, Médio e Superior em São Paulo

## Transition among Elementary School, High School and Higher Education in São Paulo

Marlene Alves Dias<sup>a\*</sup>; Valdir Bezerra dos Santos Júnior<sup>ab</sup>; Sirlene Neves de Andrade<sup>ac</sup>

<sup>a</sup>Universidade Anhuera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação Matemática.

<sup>b</sup>Universidade Federal de Pernambuco.

<sup>c</sup>Secretária de Educação do Estado de São Paulo.

\*E-mail: maralvesdias@gmail.com

---

### Resumo

O objetivo desse trabalho de pesquisa é identificar as relações institucionais e as marcas dessas sobre as relações pessoais esperadas dos estudantes na transição entre os Ensinos Fundamental (6 a 14 anos), Médio (15 a 17anos) e Superior. As análises se apoiam na Teoria Antropológica do Didático com destaque para as noções de: relação pessoal e institucional, praxeologias, ecologia dos saberes e níveis de codeterminação. Foram consideradas as análises das expectativas institucionais via documentos oficiais e das relações institucionais existentes, por meio de livros didáticos do Ensino Fundamental Anos Finais, Médio e do Ensino Superior, que dão uma visão geral de como essas relações sobrevivem, atualmente, no Brasil. As relações pessoais esperadas dos estudantes foram apresentadas por meio das questões do exame vestibular da Universidade de Campinas (Unicamp). Identifica-se nas análises dos documentos que na tentativa de adequar as orientações impostas da Lei de Diretrizes e Bases de 1996, muitas foram as adaptações nos documentos oficiais para ajudar professores e educadores na formação de cidadãos autônomos. Em relação ao conceito de função se identifica que seria interessante realizar a articulação dos conhecimentos desenvolvidos no Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio, visando utilização dos mesmos como conhecimentos prévios disponíveis no Ensino Superior.

**Palavras-chave:** Relações Institucional e Pessoal. Função. Transição na Educação Básica.

### Abstract

The objective of this research is to identify the institutional relationships and their marks on the students' expected personal relations in the transition from Elementary School (6 to 14 years) to High School (15 to 17 years), then Higher Education. The analyzes are based on the Anthropological Theory of Didactics, highlighting the notions of personal and institutional relationship, praxeologies, ecology of knowledge and levels of codetermination. Analyzes of institutional expectations through official documents and institutional relationships were considered through textbooks of Elementary School, High School and Higher Education; they give an overview of how these relationships currently survive in Brazil. The students' expected personal relations were presented through the "vestibular" exam (entrance exam to higher education) questions to Unicamp (University of Campinas). In the documents analyses, huge attempt was identified to adapt the guidelines imposed by the Law of Directives and Basis for National Education - LDB, 1996: there were many adaptations in the official documents to help teachers and educators shape up autonomous citizens. In relation to the concept of function, it was identified that it would be interesting to carry out the articulation of the knowledge developed in Elementary School and High School, aiming to use them as prior knowledge available to Higher Education.

**Keywords:** Institutional and Personal relationships. Function. Transition in Basic Education.

---

### 1 Introdução

Tem-se observado a presença de dificuldades por parte dos estudantes brasileiros nas avaliações institucionais, em particular, no Estado de São Paulo, que todos os anos avaliam os estudantes do Ensino Fundamental e Médio. Os resultados têm variado muito pouco, com uma pequena melhora apenas no desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental séries iniciais (6-11 anos), mas para as séries finais do Ensino Fundamental (11-14 anos) e Ensino Médio (14-16 anos), os resultados não se estabilizam e não se veem sinais de melhora, mesmo existindo uma preocupação da Secretaria de Educação desse Estado em propor novas estratégias e abordagens para tentar aperfeiçoar o ensino nessas etapas escolares.

Tem-se ciência de que, no Estado de São Paulo, a

Secretaria de Estado da Educação tem realizado três avaliações anuais, duas em que os professores podem avaliar seus estudantes, pois são eles que corrigem o material recolhido, e uma avaliação final que serve para identificar a evolução dos estudantes em relação aos anos anteriores e se constitui também um instrumento para auxiliar no processo de gratificação dos professores.

As dificuldades observadas nessas avaliações acabam sendo objeto de reflexão entre os professores das diferentes etapas escolares e, em geral, esses docentes não dispõem de ferramentas apropriadas para atacar os problemas específicos encontrados pelos estudantes, considerando muitas vezes as dificuldades como uma falta de conhecimentos prévios.

Isso conduziu ao estudo da transição entre os Ensinos

Fundamental, Médio e Superior e, para tal, opta-se pela noção de função, por se tratar de um conteúdo matemático que tem papel fundamental na Matemática e na Educação Matemática e que aqui serve de filtro para investigar as questões de transição.

Além disso, a noção de função é introduzida nas séries finais do Ensino Fundamental associada à noção de proporcionalidade, retomada no Ensino Médio, no qual se introduzem as noções de função afim, quadrática, exponencial e logarítmica e funções trigonométricas por meio da definição das mesmas e de suas representações algébricas (fórmula) e gráficas. As propriedades dessas funções são conjecturadas, por meio das imagens mentais proporcionadas por suas representações semióticas, em particular, a representação gráfica.

No Ensino Superior, essas propriedades são revisitadas e demonstradas, por meio das noções de limite e derivada, agora a representação gráfica é uma ferramenta explícita para auxiliar na visualização e no desenvolvimento das imagens mentais associadas às propriedades de outras funções de uma variável real a valores reais.

Assim, para o estudo da transição entre os Ensinos Fundamental anos finais, Ensino Médio e Superior se considera também o trabalho teórico sobre essa questão de pesquisa, desenvolvido por Gueudet (2008a). A opção que orienta este estudo por meio dessa reflexão teórica se deve ao fato de que a autora coloca em evidência a necessidade de se abordar a questão da transição sob diferentes olhares, ressaltando que determinar as dificuldades encontradas pelos estudantes depende da forma como são observadas, ou seja, a interpretação das dificuldades observadas difere em função do olhar sobre a transição, o que produz diferentes visões e conduz a propor ações didáticas distintas.

Para tanto, Gueudet (2008a) identifica quatro modos de tratar a transição entre os Ensinos Médio e Superior, a saber: olhar sobre o modo de pensar, olhar sobre a organização dos conhecimentos, olhar sobre a linguagem e as formas de comunicação dos matemáticos e olhar sobre a instituição.

O olhar sobre o modo de pensar corresponde aos saberes intrinsecamente mais complexos, os quais necessitam de novos modos de pensar. Gueudet (2008b) esclarece que os estudantes, em geral, não têm uma representação clara de determinada noção, quando não são capazes de fornecer exemplos e dar contraexemplos. A autora apresenta como exemplo a noção de função de uma variável real a valores reais, salientando que os estudantes têm dificuldades de ver essa função como uma ação, que transforma um número em outro, em seguida, como um processo e, finalmente, como um objeto sobre o qual se pode agir. Em outras palavras, os discentes não conseguem fazer somas, compor e considerá-las como um conjunto que satisfaz determinadas propriedades.

Para o olhar “modo de pensar”, a autora identifica o trabalho de Dubinsky (1991), que considera os diferentes estágios na percepção de um conceito pelos estudantes. Isso

conduz o autor a propor um ensino, cuja percepção de um conceito segue os estágios de ação, processo e objeto, os quais, segundo o autor, são sucessões de momentos de transição.

Na sequência, Gueudet (2008b) explicita que o olhar sobre a organização dos conhecimentos corresponde à nova organização em rede dos conhecimentos, observando que é preciso fazer alusão às novas práticas de referência, isto é, ao trabalho dos matemáticos de profissão e às novas necessidades em relação ao que se espera que possa ser desenvolvido pelos estudantes.

Quanto às novas práticas de referência, pode-se citar a pesquisa de Robert (1997, 1998), que apresenta os seguintes exemplos para o trabalho esperado dos estudantes: ela observa que as demonstrações em Matemática, no Ensino Superior, tornam-se mais longas e podem levar em conta dois tipos de raciocínios análogos. Para uma mesma demonstração existem vários argumentos mais ou menos interligados, que podem dificultar a identificação de seu papel na mesma.

Robert (1997, 1998) ressalta, ainda, que o implícito do verdadeiro ou falso corresponde a uma dificuldade incontornável e os quantificadores podem se tornar indispensáveis, mas não é fácil saber anteriormente se é o caso de utilizá-los. Essa autora salienta que não se pode demonstrar tudo, uma vez que é preciso considerar o nível de conceituação, em que se encontra, pois cada nível pode ser visto como uma prateleira em um campo conceitual de conhecimentos matemáticos, que corresponde a uma organização coerente de uma parte desse campo. Esta é caracterizada pelo objeto matemático apresentado de uma determinada forma pelos teoremas sobre esses objetos e pelos métodos a eles associados, que possibilitam a solução de problemas e situações, que os estudantes encontram em diferentes momentos do processo de ensino e aprendizagem.

Dessa forma, segundo Robert, dependendo do nível de conceituação, se pode ser conduzidos a mudar o que deve ser justificado, a considerar as diferenças de tempo de trabalho dos estudantes, a escolher uma ou mais aplicações para um mesmo teorema e a considerar certa disponibilidade dos conhecimentos esperada dos estudantes, a qual deve ser explicitada pelos professores.

A referida autora elucida ainda que, entre as práticas dos especialistas, isto é, dos matemáticos de profissão, as que podem ser consideradas como necessárias para o desenvolvimento dos estudantes são: o caráter disponível de um grande número de conhecimentos, de sua organização e da relação entre eles. O especialista dispõe, notadamente, de vários tipos de questionamentos, pois, para ele, existem sistemáticas, mesmo que implícitas como, por exemplo, as questões de estrutura, homogeneidade, coerência, integração sobre o caráter local ou global, finito ou infinito, questões de existência, de unicidade, de exaustividade entre outras.

Isso conduz Robert (1997, 1998) a ressaltar que os especialistas recorrem a situações de referência, que lhes

são suficientemente familiares, possibilitando observar as anomalias, testar hipóteses e conjecturar. Além disso, a autora ressalta que a escrita em Matemática é uma atividade importante do trabalho do matemático, pois gera uma dinâmica de questionamentos mais precisos imposta pelas exigências de rigor.

Em função das práticas dos especialistas, Robert (1997, 1998) faz algumas considerações sobre as atividades esperadas dos estudantes na transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior, a saber: a atividade de escrever se torna primordial e conduz a exigências suplementares da parte dos professores; e o trabalho pessoal exige do estudante um tempo considerável para o trabalho em casa e para as demonstrações em Matemática, que variam de acordo com os diferentes cursos.

As práticas dos especialistas apresentadas por Robert (1997, 1998) e as atividades esperadas dos estudantes na transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior permitem considerar a observação abaixo, feita por Gueudet (2008b), que destaca as dificuldades encontradas pelos estudantes para iniciar, controlar e validar seu raciocínio, quando enfrentam um novo problema ou uma nova situação.

Como exemplo, Robert (1997, 1998) cita a pesquisa de Battie (2003) que, ao propor a tarefa aos estudantes: “demonstrar que raiz de 2 não é racional”, observa que, para eles, faltam automatismos, iniciativas e eles têm ainda dificuldade em raciocinar por absurdo.

Conforme Gueudet (2008b), o que falta para os estudantes em relação ao raciocínio aritmético são as dimensões organizadoras e operatórias e os meios de controle dos resultados encontrados. A autora observa ainda que, nesse caso, o processo de transição é longo, pois necessita que se construa uma rede de situações de referência, e que se adquira experiência matemática.

Nesse caso, Gueudet (2008b) propõe uma forma de ação didática para auxiliar os estudantes, isto é, fazer com que esses últimos encontrem situações variadas que lhes sirvam de referência e que lhes permitam adquirir os meios de controle necessários. É preciso ainda considerar problemas que exigem autonomia dos estudantes, mas é também necessário respeitar o tempo de pesquisa indispensável para a realização do trabalho proposto.

Quanto ao olhar sobre a linguagem e os modos de comunicação, a autora considera que corresponde a empregar uma linguagem matemática diferente, que exige novos símbolos e um novo tipo de discurso. Além disso, essa linguagem matemática diferente significa utilizar novas regras de comunicação, isto é, as demonstrações e as exigências de rigor são necessárias.

Gueudet (2008b), após constatar que, em geral, os estudantes não empregam corretamente essa nova linguagem e não respeitam as novas regras de comunicação, escolhe o exemplo abaixo, que possibilita visualizar essa dificuldade, retirado de Nardi e Iannone (2005), no qual as autoras observam que: ao responder a questão “*Seja  $x \in \mathbb{R}$  tal que*

*$x \geq 0$  e  $\forall n \in \mathbb{N}, x < 1/n$ . Qual o valor de  $x$ ?*”, os estudantes consideram que  $x = 0$ , o que corresponde a uma resposta que “soa matemática”.

Para o olhar sobre a linguagem e os modos de comunicação, Gueudet (2008b) considera ainda o trabalho de Berger (2004), que observa que os estudantes aprendem um novo símbolo como uma nova palavra e que o testam por analogia até utilizá-lo, conforme a expectativa da instituição. Assim, a escrita se torna progressivamente mais produtiva, a partir da entrada no Ensino Superior.

A autora se refere ainda ao trabalho de Durand-Guerrier e Arsac (2003), o qual mostra que os estudantes não utilizam as regras da lógica para explicitar o trabalho realizado nas demonstrações.

Do trabalho de Dreyfus (1999), a autora retira as seguintes argumentações: não existe um ensino explícito do que é um argumento matemático válido. Existem variações de rigor nos livros didáticos e não existem critérios de validade para uma produção escrita dos estudantes, que sejam os mesmos para todos os professores.

Assim, Gueudet (2008b) considera que a transição em relação à linguagem e aos modos de comunicação corresponde à chegada a um novo país, portanto, ao encontro de uma nova língua e de novas leis e regras. Para tal, a ação didática proposta pela autora seria ensinar essa nova língua e essas novas leis e regras, de forma explícita, o que, muitas vezes, exige uma adaptação do conteúdo de ensino.

Finalmente, Gueudet (2008b) aponta como modo de analisar a transição aquele para o qual o olhar é centrado na instituição, observando que a Matemática praticada no Ensino Médio é diferente daquela que será trabalhada no Ensino Superior. Isto deve ocorrer, ultrapassando a simples consideração dos conteúdos em jogo, uma vez que o mesmo conteúdo será tratado de forma diferente, a mesma tarefa será efetuada com outra técnica e as técnicas ensinadas são explicadas de outra forma.

Gueudet (2008b) indica que o estudo da transição sob esse novo modo de observá-la, em geral, conduz a identificar dificuldades de emprego de novas técnicas, pelos estudantes, que utilizam aquelas desenvolvidas no Ensino Médio e que não são suficientes para responder as tarefas propostas no Ensino Superior.

Deste modo, a opção para o estudo da transição se centrou no olhar sobre a instituição, pois, no Brasil, o Decreto de 1996 estabelece as novas Diretrizes e Bases para a Educação Nacional. Essa lei é complementada, em 2001, com o Plano Nacional de Educação, cujos objetivos são: elevar o nível de escolaridade da população, melhorar a qualidade de ensino em todos os níveis, reduzir as desigualdades sociais e regionais em relação ao acesso e permanência na educação pública e democratizar a gestão do ensino público, prevendo a participação dos profissionais da educação na elaboração do Projeto Pedagógico da escola e a participação da comunidade

escolar e local nos Conselhos Escolares e equivalentes.

Essa nova proposta, além de considerar a importância da participação de todos os profissionais da educação e da comunidade, priorizou o ensino obrigatório dos 7 aos 14 anos, que deveria ser estendido dos 6 aos 14 anos, a partir de 2004. Isso leva à ampliação do atendimento nos Ensinos Médio e Superior, à valorização dos profissionais da educação e ao desenvolvimento de sistemas de informação e de avaliação, em todos os níveis e modalidades de ensino.

Essas avaliações já vêm ocorrendo em todas as etapas escolares e, em função dos seus resultados, novas orientações vêm sendo propostas, em particular, para o Ensino Médio, que atualmente corresponde à última etapa da Educação Básica.

As mudanças propostas a serem implementadas no Ensino Médio são originárias das novas propostas institucionais para o Ensino Fundamental anos finais e, conseqüentemente, têm influência sobre o trabalho a ser desenvolvido nos primeiros anos da Universidade.

Assim, para melhor compreender as dificuldades encontradas pelos estudantes que iniciam o Ensino Superior, que muitas vezes não são capazes de identificar as novas necessidades em termos das novas técnicas, que se impõem em função das novas práticas matemáticas desenvolvidas nessa nova etapa escolar, escolhe-se estudar a evolução das propostas institucionais para o Ensino Fundamental anos finais, Médio e Superior, quando se considera a noção de função.

Observa-se aqui que, segundo Artaud (2006), a introdução de novos objetos no sistema de ensino modifica o equilíbrio ecológico do sistema, destruindo algumas inter-relações entre objetos e criando novas. Além disso, o objeto introduzido deve criar um emprego didático e, portanto, entra em conflito, na maioria dos casos, com objetos antigos já instalados, que pelo menos, parcialmente, vem sendo empregados. Assim, a autora ressalta a necessidade de um estudo cuidadoso das condições ecológicas, em que os níveis de codeterminação didática (CHEVALLARD, 2002a) vão, ou seja, dos mais gerais aos mais específicos.

Isso conduziu a eleger como referencial teórico para desenvolver esse trabalho a Teoria Antropológica do Didático - TAD de Chevallard (1992, 1998, 2002, 2002a, 2007, 2015). A escolha dessa teoria está associada às possibilidades que esta fornece para a identificação da circulação dos saberes entre as diferentes etapas de ensino, por meio das noções de praxeologias matemáticas e didáticas e dos níveis de codeterminação, que permitem compreender os diferentes níveis, que dirigem essas praxeologias e seu progresso, mais especificamente, as evoluções curriculares.

Em um de seus trabalhos, Chevallard (1998) inicia seu artigo explicitando que a Teoria Antropológica do Didático - TAD situa a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais, o que, segundo ele, conduz a várias direções e mesmo a ignorar algumas delas. Isso leva a considerar objetos distintos, em primeiro lugar a Matemática

e, na seqüência, os estudantes, os professores, os livros didáticos, entre outros, isto é, todos os objetos necessários para tratar as questões a estas associadas. Desta forma, de acordo com Chevallard (1998), a premissa básica da TAD aceita que toda atividade regular humana pode ser entendida, por meio de um modelo único denominado *praxeologia*.

O autor define o conceito de *praxeologia* por meio das noções de *tarefa* e *tipos de tarefas* T. Exemplos de tipos de tarefas: varrer um cômodo, desenvolver uma expressão literal dada, dividir um inteiro por outro. Além disso, uma praxeologia relativa a um tipo de tarefa precisa, em princípio, de uma maneira de fazer, de realizar as tarefas de determinado tipo. Essa maneira de fazer é denominada técnica  $\tau$  (do grego *tekhne*, saber-fazer). Assim, a praxeologia é composta de um bloco prático-técnico [T,  $\tau$ ], que o autor identifica como um saber-fazer.

Após definir técnica como uma maneira de fazer, o autor introduz a noção de *tecnologia*  $\theta$ , que corresponde a um discurso racional (logos) sobre a técnica. Consoante esse autor, esse discurso é focado, inicialmente, na *justificativa* racional da técnica, de modo a garantir que esta torne possível, que muitos sejam capazes de realizar as tarefas de determinado tipo.

Chevallard (1998) elucida ainda que o discurso tecnológico precisa conter afirmações, mais ou menos explícitas, para as quais se podem perguntar o porquê desse discurso. Isso conduz a um nível superior de justificativa-explicação-produção, que o autor denomina teoria  $\Theta$ , que corresponde ao discurso tecnológico ou tecnologia da tecnologia. Isso lhe favorece considerar que em torno de um tipo de tarefa está, em princípio, um trio constituído por uma técnica (pelo menos uma), uma tecnologia das técnicas e uma teoria da tecnologia. O conjunto do tipo de tarefa, da técnica, da tecnologia e da teoria se constitui em uma praxeologia ou organização praxeológica, e essa é formada por um bloco prático técnico [tipo de tarefa/técnica] e de um bloco tecnológico-teórico [tecnologia/teoria]. O bloco teórico é, normalmente, identificado como um saber e o bloco prático como um saber fazer.

É importante observar que, antes de definir praxeologia, Chevallard (1992) introduz a noção de relação de uma pessoa X a um objeto O,  $R(X, O)$ , ou de uma instituição I a esse mesmo objeto,  $R_i(O)$ .

Para Chevallard (1992), os objetos ocupam uma posição privilegiada, pois são o “material e base” da construção teórica. Assim, para ele, tudo é objeto, logo, as pessoas X e as instituições I são objetos de um tipo particular. Dessa forma, um objeto existe no momento em que uma pessoa X ou uma instituição I reconhece esse objeto como existente.

Chevallard (2007) esclarece que a noção de relação proporciona formular facilmente diversos problemas, pois ela fornece uma linguagem que possibilita precisar certas descrições. Como exemplo, o autor apresenta a questão da avaliação, ou seja, se considerar, em uma instituição, a relação de um tópico, em determinada posição, com um objeto para o



qual existe uma relação institucional não vazia, se é levado a supor que as pessoas, que estão em uma determinada posição e se sujeitam a essa instituição, devem ter certo conhecimento desse objeto, isto é, o descrito pela relação institucional. Quando esse conhecimento é avaliado por um especialista da instituição, supõe-se que irá apreciar o grau de conformidade da relação pessoal com a relação institucional para o mesmo objeto.

Assim, para observar o nascimento ou a evolução de uma relação a um objeto, seja ela institucional ou pessoal, deve-se observar a instituição ou o indivíduo em atividades em que eles fazem esse objeto funcionar.

Ainda, relacionado à Teoria Antropológica do Didático, consideram-se as noções de ecologia e níveis de codeterminação, que também são ferramentas de análise utilizadas nessa pesquisa, pois nos diferentes momentos, o saber e o saber fazer sobrevivem e se reconstróem em função das expectativas institucionais.

A noção de ecologia dos saberes corresponde à pesquisa da vida dos mesmos nas instituições, pois esses saberes dependem de adaptações às restrições, que muitas vezes estão associadas à economia de saberes. Chevallard (2002, 2002a), ao considerar a noção de ecologia, define *habitat* como o lugar no qual vivem os objetos matemáticos considerados; *nicho* correspondendo à função que esses objetos ocupam em cada um de seus habitats e “milieu” como o conjunto dos objetos para os quais a relação institucional é estável e não problemática.

As praxeologias são componentes dos diferentes habitats e, segundo Chevallard (2007), as condições e restrições que determinam o processo de difusão praxeológico são exploradas e localizadas com a ajuda de uma escala, que contém diferentes níveis de codeterminação, uma vez que elas podem se situar em determinado nível da escala, mas podem se exprimir em outro.

Assim, não se pode isolar o que se passa em uma classe do conjunto do sistema de ensino. Para a análise das condições e restrições do processo de difusão praxeológico, Chevallard (2007) define os seguintes níveis de codeterminação: tópicos ↔ temas ↔ setores ↔ domínios ↔ disciplinas ↔ pedagogia ↔ escola ↔ sociedade ↔ civilização.

Esses níveis descrevem as relações recíprocas entre os níveis mais específicos e os mais gerais do sistema didático. Um exemplo relacionado ao nosso estudo, que é centrado no olhar sobre a relação institucional da noção de função na transição entre os Ensinos Fundamental anos finais, Médio e Superior, é o seguinte: para as organizações matemáticas, podemos considerar o *tema* associado a uma tecnologia e a uma organização matemática local como, por exemplo, a representação gráfica da função exponencial, cujos *tópicos* podem estar associados a um tipo de tarefa e ligados a um *setor*, que corresponde a uma determinada teoria, por exemplo, o estudo das funções numéricas. Esse *setor* podendo

estar mergulhado em um *domínio*, por exemplo, o da álgebra que, por sua vez, faz parte de uma *disciplina*, a Matemática, para a qual existem indicações de estratégias e de técnicas de desenvolvimento, isto é, a *pedagogia* a ser considerada, que pode ser escolhida pelo grupo de professores de uma determinada *escola*, que segue as orientações de documentos construídos pela *sociedade* que, por sua vez, está mergulhada em determinada *civilização*.

Assim, o que se pode fazer em determinado nível depende das condições e restrições criadas pelas escalas superiores, que se iniciam por civilização. Além disso, ao modificar as condições e restrições de um nível inferior, se têm repercussões sobre os níveis superiores.

Chevallard (2007) ressalta que, tradicionalmente, os estudantes se limitam aos tópicos, os professores, aos temas, setores, domínios e as disciplinas, em geral, já ficam a cargo dos responsáveis pela construção dos programas e as funções dos didatas se limitam à disciplina. Ainda, segundo o autor, a Teoria Antropológica do Didático se interessa, necessariamente, pelos níveis superiores, ou seja, pedagogia, escola, sociedade e civilização.

## 2 Material e Métodos

Trata-se de uma pesquisa sobre a transição entre os Ensinos Fundamental, Médio e Superior e, em coerência com o seu quadro teórico e objetivo, a metodologia de projeto combina diferentes abordagens, organizadas em torno de uma abordagem institucional estruturada em torno da análise das estruturas e recursos curriculares, com particular destaque para os últimos anos do Ensino Fundamental, Ensino Médio e início do Ensino Superior. No estudo das expectativas institucionais a respeito das funções no final do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e na entrada para a Universidade, por meio de ferramentas de avaliação nacionais e regionais.

Considera-se, especificamente, a análise das relações institucionais esperadas e existentes, em particular, das praxeologias que se supõem são trabalhadas atualmente. Classifica-se assim a metodologia como a da pesquisa documental, pois é feita por meio de documentos institucionais indicados pelo sistema de ensino, o que segundo Ludke e André (2013) é uma técnica da pesquisa qualitativa, que permite complementar informações obtidas por outras técnicas e/ou desvendar aspectos de um tema ou problema.

Assim, os documentos escolhidos para análise das relações institucionais esperadas são as propostas institucionais nacionais brasileiras, a saber: os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e Médio, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Ensino Médio e para os planos de ensino de universidades brasileiras públicas e privadas.

Para a análise das relações institucionais existentes, observaram-se os livros didáticos do Ensino Fundamental e Ensino Médio, que foram avaliados e distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e livros

indicados na bibliografia dos planos de ensino de algumas Universidades. Para esse trabalho, considera-se um livro para o Ensino Fundamental anos finais, dois livros para o Ensino Médio, que correspondem às duas obras mais bem avaliadas e um livro para o Ensino Superior, que se trata da obra indicada na maioria dos planos de ensino das universidades brasileiras para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Para a análise dos documentos oficiais, que nesta pesquisa correspondem às relações institucionais esperadas, se utilizaram como categorias de análise os níveis de codeterminação definidos por Chevallard (2007). Para a análise dos livros didáticos e das macroavaliações, que correspondem às relações institucionais existentes e às relações pessoais esperadas dos estudantes, respectivamente, foram consideradas como categorias de análise as praxeologias matemáticas e didáticas existentes, pois essas permitem identificar os tipos de tarefas usuais, as técnicas associadas, assim como as tecnologias e teorias desenvolvidas.

Analisa-se, assim, as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais esperadas dos estudantes via macroavaliações. Aqui são considerados apenas os resultados da macroavaliação do vestibular da Universidade de Campinas - Unicamp, que nos últimos anos se adequou às novas propostas institucionais.

Inicia-se abordando as relações institucionais esperadas, seguida das existentes e, por fim, as relações pessoais esperadas dos estudantes para o ingresso na Unicamp.

### 3 Resultados e Discussão

Ao mesmo tempo em que se delinearam os objetivos e prioridades da educação no Brasil, por meio das leis de 1996 e 2001 e, considerando que a avaliação nacional deve levar em conta a redução das desigualdades sociais e regionais e a democratização da gestão do ensino público, iniciou-se a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, nos quais são encontrados os referenciais para a renovação e reelaboração da proposta curricular, que fica a cargo de cada escola, pois o plano nacional da educação prevê a participação de todos os profissionais da educação na construção dessa proposta.

Assim, em 1997, são publicados os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, nos quais se encontram os objetivos em termos das capacidades, que se esperam que os estudantes desenvolvam durante essa etapa escolar.

Para isso, o trabalho deve ser desenvolvido por meio de diferentes recursos, entre os indicados estão: resolução de problemas, história da Matemática, tecnologias da informação e jogos. Pode-se dizer que, em relação à pedagogia a ser adotada, existem orientações da sociedade para determinadas estratégias de ensino. Observa-se que essa proposta da sociedade vem ao encontro de vários estudos de pesquisa desenvolvidos nos programas de pós-graduação em Educação Matemática do Brasil, o que pode ser considerado como

incentivo ao desenvolvimento desse campo de pesquisa no Brasil, pois a sociedade, constantemente, se manifesta por meio dos órgãos competentes sobre a necessidade de melhorar o ensino e, conseqüentemente, as possibilidades de inclusão dos indivíduos na mesma, em particular, os mais pobres.

A importância de se ter uma escola que responda às necessidades da sociedade conduziu ao estudo das relações institucionais esperadas e existentes para o desenvolvimento da Matemática e, como já anunciado acima, optou-se por estudar a noção de função na transição entre os Ensinos Fundamental séries finais, Médio e Superior.

Assim, no que se refere à introdução da noção de função para o Ensino Fundamental séries finais, a proposta indica que o estudo da proporcionalidade permite articular diferentes noções, como a resolução de problemas multiplicativos, o estudo de porcentagem, da semelhança de figuras, da matemática financeira e a análise de tabelas, gráficos e funções. A proposta é que se dê ênfase aos fenômenos do mundo real, abordando os problemas por vários pontos de vista.

Assim, só se referir aos níveis de codeterminação (sociedade, escola, pedagogia, disciplina, domínio, setor, tema, tópicos), conforme Chevallard (2007), observa-se que a responsabilidade do professor de Matemática limita-se ao setor, uma vez que os outros níveis são indicados no documento.

Verifica-se que o documento, ao propor o estudo da noção de função, por meio da noção de proporcionalidade articulada com conhecimentos antigos supostos disponíveis para os estudantes, deixa certa margem de manobra para que os professores, cujos estudantes não disponham desses conhecimentos, possam trabalhar sobre o nível escola, agindo sobre as relações institucionais existentes na escola de maneira a alcançar o objetivo proposto.

Espera-se assim que, no final do Ensino Fundamental séries iniciais, o estudante seja capaz de aplicar a noção de função linear em situações contextualizadas, por meio das representações, de fórmula, de tabela e de gráfico e articular essa noção com conhecimentos adquiridos na etapa anterior, ou seja, que o novo conhecimento tenha sentido para os estudantes e que os conhecimentos antigos possam ser reconhecidos, facilmente, nas tarefas que lhes são propostas.

Observa-se que, na proposta para o Ensino Fundamental séries finais, é dada ênfase ao estudo centrado em situações contextualizadas e do mundo real, que também é proposto nos referenciais dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – Brasil (2000).

Nesse documento, ao se estabelecer um novo perfil para o currículo, aqui apoiado em competências básicas, que possibilitem a inserção dos jovens na vida adulta, enfatiza-se que é preciso dar significado ao conhecimento escolar, por meio da contextualização, da interdisciplinaridade e do incentivo ao raciocínio e à capacidade de aprender conduzindo assim o estudante à autonomia. O documento não faz sugestão de conteúdo, indicando apenas os princípios da

reforma curricular de forma a orientar o professor a buscar novas abordagens e metodologias.

Logo, para o Ensino Médio, quando se refere aos níveis de codeterminação, verifica-se que são atribuições da escola a organização de sua pedagogia, a ênfase a ser dada à disciplina Matemática, assim como as escolhas em relação ao momento de considerar domínio e setor, ficando a cargo do professor encontrar novos meios para o desenvolvimento dos temas dos diferentes domínios e setores propostos pelo grupo. Essa liberdade de escolha conduziu a uma grande diversidade de projetos e de relações institucionais, o que dificultava a avaliação das dessas relações, conforme resultados das avaliações da Secretaria de Estado da Educação (SÃO PAULO, 2011).

Assim, as dificuldades apresentadas pela diversidade de projetos para o desenvolvimento de um mesmo conteúdo conduziram a um novo documento, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – Brasil (2000a), nos quais se enfatiza que o saber matemático, científico e tecnológico deve ser desenvolvido como condição de cidadania e não como prerrogativa de especialistas. Assim, cabe à Matemática do Ensino Médio desenvolver os instrumentos de expressão e de raciocínio, de modo articulado, com as disciplinas de Biologia, Física e Química e as competências essenciais, que envolvem habilidades associadas aos quadros algébrico, geométrico, estatístico e probabilístico, mesmo que o termo quadro não tenha sido utilizado no documento, mostrando a importância de suas diferentes representações.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000a) são explicitadas as competências e habilidades que se esperam desenvolver, as quais são classificadas em três grandes grupos, a saber: representação e comunicação, investigação e compreensão, contextualização sociocultural. Essas competências e habilidades devem ser trabalhadas de maneira interdisciplinar e contextualizadas entre as disciplinas de Matemática, Física, Química e Biologia e fica a cargo dos professores encontrarem os meios para desenvolver essa proposta. Assim, compete aos docentes das quatro disciplinas a escolha dos diferentes domínios e da articulação entre suas noções, representações e propriedades a serem trabalhadas no Ensino Médio.

Como exemplo, utiliza-se o domínio das funções para o qual se destaca a importância de tratá-lo, de maneira articulada, citando a questão das sequências e funções, propriedades de retas e parábolas em Geometria Analítica e as propriedades dos gráficos das funções correspondentes, isto é, as articulações internas, mas é preciso não esquecer o trabalho interdisciplinar. É enfatizado ainda o papel das funções como ferramenta para descrever e estudar o comportamento de determinados fenômenos, tanto das ciências como do cotidiano.

Desta forma, no documento se enfatiza que o objetivo do ensino da Matemática em relação à introdução do conceito de função é garantir a flexibilidade para tratar esse conceito, por meio de diferentes situações intra e extramatemáticas, mesmo se esses termos não são explicitados. No entanto, somente essas

indicações não são suficientes para auxiliar os educadores na construção de seus projetos, o que conduz à publicação do documento Orientações Educacionais complementares em 2002, denominado PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002).

Nesse novo documento são retomadas as competências e habilidades para as quatro disciplinas, com exemplos, para auxiliar educadores e professores na construção dos projetos escolares. Encontram-se ainda, nesse documento, a estruturação da Matemática em três domínios, a saber: álgebra: números e funções, geometria e medidas e análise de dados, como sugestão para organizar os conteúdos a serem desenvolvidos. Para o estudo das funções, são dadas orientações sobre como trabalhá-las com exemplos para auxiliar os professores a desenvolverem esse domínio, de maneira interdisciplinar e flexível, levando em conta a proposta anterior.

Desta forma, o documento de 2002, apesar de dar exemplos do trabalho matemático a ser desenvolvido no Ensino Médio, não foi suficiente para auxiliar educadores e professores nas dificuldades encontradas.

Em 2006, foi publicado um novo documento, no qual se mantém a proposta inicial, mas agora a Matemática é estruturada em quatro blocos: números e operações, funções, geometria, análise de dados e probabilidade. Nesse novo documento, observa-se que para o domínio das funções, são dados exemplos mais específicos para o desenvolvimento do trabalho articulado e flexível propostos nos documentos anteriores, mas ainda compete aos educadores e professores a construção do projeto de suas respectivas escolas.

As novas orientações indicadas no documento de Brasil (2006) ainda deixam a cargo da escola a construção de seus projetos, o que supõe a existência de um grande número de possibilidades e, conseqüentemente, permanece a dificuldade de avaliar os estudantes por meio de macroavaliações.

Assim, apesar das sucessivas orientações, os estudantes do Ensino Médio, ao serem avaliados pelas macroavaliações institucionais, têm mostrado muitas dificuldades e um dos fatores que pode estar associado a essas dificuldades é que as provas são construídas levando em conta as orientações dos documentos acima discutidos.

A prevalência das dificuldades dos alunos em avaliações atreladas aos citados documentos faz com que os professores passem a utilizar o livro didático como elemento para discussão e proposta de trabalho. No entanto, mesmo que os livros didáticos estejam sendo elaborados a partir das propostas institucionais analisadas acima, avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD e distribuídos para os estudantes, após escolha pelos professores, não se verifica melhora no desempenho dos estudantes do ensino público nas macroavaliações, em particular, naquelas a que são submetidos no final do Ensino Médio.

Em função de uma macroavaliação específica do Estado de São Paulo, denominada Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - SARESP, a

Secretaria de Educação do Estado de São Paulo implanta, a partir de 2008, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Essa nova proposta mantém as orientações dos documentos oficiais nacionais, mas traz um trabalho específico para o desenvolvimento dos conteúdos.

A Proposta do Estado de São Paulo lançada, em 2008, indica os conteúdos a serem desenvolvidos em cada bimestre, os quais são apresentados por meio dos cadernos “Caderno do Professor” e “Caderno do Aluno”. No caso de conteúdo relacionado a um determinado setor, por exemplo, o estudo das funções, é indicado que seja trabalhado a partir do segundo bimestre do primeiro ano do Ensino Médio. Os temas funções afim e quadrática são supostamente trabalhados nesse segundo bimestre, as funções exponencial e logarítmica, no terceiro e quarto bimestres e as funções trigonométricas, no primeiro bimestre do segundo ano do Ensino Médio.

Além de determinar domínio e setor, os diferentes tópicos associados a cada tema já vêm organizados por meio de situações, que possibilitam a interdisciplinaridade e a flexibilidade dos conteúdos.

A Proposta do Estado de São Paulo, como o próprio nome indica, é uma proposta que pode ou não ser implementada pelos professores, mas é importante observar que esse documento serve de base para a construção da macroavaliação SARESP, que avalia o rendimento dos estudantes e está associada à progressão funcional do professor.

O reflexo desse documento parece ser positivo, porque outras secretarias estão seguindo o modelo de São Paulo na tentativa de garantir a nova formação dos estudantes indicada nos diferentes documentos oficiais, mas ainda é preciso um longo tempo para que se possa avaliar a eficácia desse novo tipo de proposta de trabalho.

Entretanto, apesar de não se ter um resultado preciso sobre as novas formas de trabalho no Ensino Médio, para compreender as relações entre as novas formas de trabalho desenvolvido no Ensino Médio e se estão de acordo com as necessidades do Ensino Superior, foram analisados os planos de ensino das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I de algumas universidades públicas e privadas. Observou-se que os planos de ensino correspondem às relações institucionais esperadas para o desenvolvimento da disciplina considerada.

A análise desses planos de ensino indica que existe uma preocupação em revisar conteúdos já trabalhados no Ensino Médio, em particular, para o estudo das funções, mas, em geral esse trabalho é descontextualizado e centrado sobre as representações algébricas e gráficas das funções já trabalhadas no Ensino Médio, isto é, faz-se uma revisão das ferramentas matemáticas necessárias para a resolução de tarefas, que envolvem as noções de derivada e integral de uma função de uma variável real a valores reais.

É importante observar que o estudo das funções é desenvolvido no domínio da Álgebra para os Ensinos Fundamental e Médio e no domínio da Análise para o Ensino Superior. Em geral, nos planos de ensino analisados não foram

encontradas propostas de articulação dos conhecimentos entre esses dois domínios. Os conhecimentos algébricos associados à noção de função, desenvolvidos no Ensino Médio, são utilizados como ferramentas explícitas para a solução de tarefas, que envolvem as noções de derivada e integral de funções de uma variável real a valores reais no Ensino Superior. Observa-se que dispor dessas ferramentas auxilia os estudantes a criar as novas imagens mentais, pois o recurso às representações gráficas das funções permite visualizar as propriedades delas e melhor compreender as novas noções que estão sendo introduzidas e que, muitas vezes, são consideradas como novos meios para simplificar, controlar e justificar o trabalho matemático.

Finalizada a análise das relações institucionais esperadas se passa as relações institucionais existentes. Como já anunciado anteriormente, para esta parte da análise foram considerados apenas um livro do Ensino Fundamental séries finais e dois livros didáticos para o Ensino Médio, avaliados e distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático. Trata-se das obras: “Tudo é Matemática” de Dante (2008), para o Ensino Fundamental séries finais, “Matemática” de Dante (2009) e “Matemática-Ensino Médio” de Stocco e Diniz (2010), para o Ensino Médio e um livro do Ensino Superior, a obra “Cálculo” de Stewart (2009).

A obra de Dante (2008) para o Ensino Fundamental séries finais segue as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, dando ênfase ao estudo da proporcionalidade e efetuando as articulações com as estruturas multiplicativas, as noções de porcentagem, de semelhança de figuras, matemática financeira. A proposta de trabalho destaca, ainda, a análise de tabelas, de gráficos e de fórmulas para diferentes funções de forma a identificar propriedades de diferentes funções, em particular, por meio da interpretação dos gráficos das mesmas. Já no Ensino Fundamental séries finais são propostas tarefas que articulam os conhecimentos matemáticos com situações contextualizadas.

Observa-se que as obras do Ensino Médio também são coerentes com as propostas institucionais apresentando as noções matemáticas, de forma contextualizada, com exemplos da própria Matemática, das outras ciências e cotidianos. Em geral, as tarefas propostas aos estudantes são divididas em subitens, que podem ser considerados como formas auxiliares para a identificação das noções a serem utilizadas.

Tipos de tarefas encontradas nos livros do Ensino Médio, quando se introduz a noção de função exponencial: 1) Classificar em crescente ou decrescente a função definida por uma função exponencial explícita. Por exemplo: Identifique se a função exponencial  $f(x) = (0,01)^x$  é crescente ou decrescente. 2) Calcular o valor numérico de uma função exponencial. Por exemplo: em pesquisa realizada, constatou-se que a população  $P$  de uma determinada bactéria cresce segundo a expressão  $P(t) = 25 \cdot 2^t$ , em que  $t$  representa o tempo em horas. Qual é a população de bactérias, após duas horas?



Já o estudo das funções no Ensino Superior é desenvolvido no domínio do Cálculo Diferencial e Integral e não se utilizam exemplos relacionados ao domínio da Álgebra para auxiliar os estudantes a compreenderem a importância da nova ferramenta para o estudo das funções. Um exemplo simples seria usar as representações algébrica e gráfica da função quadrática como imagem mental para o estudo dos máximos e mínimos de outras funções, isto é, o conteúdo matemático desenvolvido no Ensino Médio podendo ser aproveitado como conhecimento prévio de apoio para a introdução de novas noções, o que os tornaria mais ricos em termos de significado e auxiliaria a formar as imagens mentais necessárias para a introdução dos novos conhecimentos, como afirma Moreira (2005).

Exemplo de uma tarefa típica sobre função exponencial introduzida no Ensino Superior: Suponha  $a > 1$ . Mostre que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \infty$$

Após essa rápida discussão de alguns resultados das relações institucionais existentes, passa-se a uma breve discussão das relações pessoais esperadas dos estudantes, a partir da macroavaliação vestibular da Universidade de Campinas.

**Figura 1** – Exemplo de tarefa

Para certo modelo de computadores produzidos por uma empresa, o percentual dos processadores que apresentam falhas após  $T$  anos de uso é dado pela seguinte função:  $P(T) = 100(1 - 2^{-0,1T})$ . a) Em quanto tempo 75% dos processadores de um lote desse modelo de computadores terão apresentado falhas? b) Os novos computadores dessa empresa vêm com um processador menos suscetível a falhas. Para o modelo mais recente, embora o percentual de processadores que apresentam falhas também seja dado por uma função na forma  $Q(T) = 100(1 - 2^{cT})$ , o percentual de processadores defeituosos após 10 anos de uso equivale a 1/4 do valor observado, nesse mesmo período, para o modelo antigo (ou seja, o valor obtido empregando-se a função  $P(T)$  acima). Determine, nesse caso, o valor da constante  $c$ . Se necessário, utilize  $\log_2(7) \approx 2,81$ .

Fonte: Os autores.

Ressalta-se aqui que esse trabalho esperado dos estudantes é coerente com a proposta do Ensino Médio de formar cidadãos autônomos e responsáveis por seus próprios projetos de estudo.

Finalmente, apresentam-se algumas considerações sobre as responsabilidades institucionais dos professores e estudantes no desenvolvimento das relações institucionais esperadas.

#### 4 Conclusão

A análise dos documentos oficiais de propostas para as mudanças indicadas na Lei de Diretrizes e Bases – LDB, de 1996, mostra que foram necessárias várias adaptações do documento original para auxiliar professores e educadores na complexa empreitada que é a formação de cidadãos autônomos.

Em relação ao trabalho matemático a ser desenvolvido, em particular, quando se considera o domínio das funções, observa-se que educadores e professores são os responsáveis pelas escolhas. Mesmo que os documentos oficiais estejam tentando auxiliar nesse trabalho, cabe aos professores identificar para os diferentes grupos de estudantes quais as

Escolheu-se apresentar os resultados da Unicamp, pois essa universidade vem colocando em prática profundas alterações, em seus exames vestibulares, com a intenção de que os resultados se aproximem, cada vez mais, das expectativas que a universidade tem em relação àqueles, que pretendem ingressar nesta instituição. Além disso, trata-se de uma universidade que é uma referência de ensino em termos de qualidade e, por ser gratuita, faz com que seja pretendida por um grande número de estudantes.

Ao se fazer a análise das tarefas do vestibular da Unicamp, percebe-se que há um esforço grande empregado para que estas contemplem questões que envolvam situações de contexto extramatemático para as noções matemáticas em jogo.

Observa-se ainda que os livros analisados atendem, parcialmente, às exigências da Unicamp, pois mesmo que todo o conteúdo matemático seja desenvolvido nos livros, as tarefas são subdivididas nas obras, ficando a cargo dos estudantes integrá-las e articular os diferentes conhecimentos em jogo para que estejam preparados para ter um bom desempenho no vestibular da Unicamp.

Pode-se confirmar o exposto anteriormente, por meio do exemplo de tarefa sobre função exponencial do vestibular da Unicamp 2011:

praxeologias mais adequadas e como desenvolvê-las.

No entanto, ao se referir aos níveis de codeterminação, se considera que educadores e professores ficam limitados aos tópicos, quando fazem uso apenas dos cadernos do professor e do aluno, contudo, esses cadernos podem servir de material de apoio e auxiliar no desenvolvimento da interdisciplinaridade e da flexibilidade, quando integrados aos seus respectivos projetos.

Em relação ao Ensino Superior, observa-se que seria interessante articular os conhecimentos desenvolvidos no Ensino Fundamental séries finais e no Ensino Médio com os novos conhecimentos que se desejam introduzir nessa nova etapa escolar, em particular, nos cursos de Licenciatura em Matemática, cujo objetivo é a formação inicial de professores de Matemática para os Ensinos Fundamental e Médio.

As relações pessoais esperadas dos estudantes estão em conformidade com as propostas institucionais, esperando-se deles que trabalhem, de forma autônoma, procurando novos materiais e meios para seu próprio desenvolvimento, sendo esses materiais as provas das macroavaliações, em particular, do vestibular da Unicamp, para o qual existe um site, em que as provas são publicadas e comentadas. Existem ainda sites

de outras instituições de Ensino Superior, em que é possível encontrar esse mesmo tipo de material.

Assim, foi atingido o objetivo de formação de cidadãos autônomos, conforme proposta do Ensino Médio, em que se pode supor que os estudantes são capazes de articular os diferentes conhecimentos associados com a noção de função desenvolvidos no Ensino Fundamental, Médio e Superior, mas sempre é possível auxiliá-los, propondo novas formas de trabalho, que privilegiem essa articulação.

## Referências

ARTAUD, M. Analyser des praxéologies mathématiques et didactiques “à calculatrice” et leur écologie. 2006. Disponível em : <http://edutice.archives-ouvertes.fr/docs/00/05/42/23/PDF/co38th4.pdf> . Acesso em: 10 ago. 2017

BATTIE, V. Spécificités et potentialités de l’arithmétique élémentaire pour l’apprentissage du raisonnement mathématique. Paris: Université Denis Diderot, 2003.

BERGER, M. The functional use of a mathematical sign. *Educ. Studies Mathem.*, v.55, p.81-102, 2004.

BRASIL. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Das Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: Diário Oficial da União, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio – Parte I: Bases Legais. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Parte III: Ciências da Natureza Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2000a.

BRASIL. Ministério da Educação. Lei n. 10.172, de 09 de janeiro de 2001. Plano Nacional da Educação. Brasília: Diário Oficial da União, 2001.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza Matemática e suas tecnologias. PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza Matemática e suas tecnologias. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches Didactique Mathématiques*, v.12, n.1, p.73-112, 1992.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. In: CHEVALLARD, Y. *Actes de l’université d’été des mathématiques*. La Pensée Sauvage: Grenoble, 1998. p.91-120.

CHEVALLARD, Y. Organiser l’étude: 1. Structures & Functions. *Actes XIe école d’été de didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage: Grenoble, 2002.

CHEVALLARD, Y. Organiser l’étude: 3. Ecologie & Régulation. In CHEVALLARD, Y. *Actes XIe école d’été de didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage: Grenoble, 2002a. p.41-56.

CHEVALLARD, Y. Le développement actuel de la TAD: pistes et jalons. Séminaire DIDIREM. 2007. Disponível em: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/TAD\\_-\\_Pistes\\_Jalons\\_-\\_Didirem.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/TAD_-_Pistes_Jalons_-_Didirem.pdf) . Acesso em: 29 ago. 2017

CHEVALLARD, Y. Pour une approche anthropologique du rapport au savoir. *Dialogue* 155 – Réussir, du collège au lycée: quelle approche des savoirs? 2015. Disponível em: <http://www.gfen.asso.fr/fr/dial155> Acesso em: 12 set. 2017.

DANTE, L.R. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Ática, 2008.

DANTE, L.R. *Matemática*. São Paulo: Ática, 2009.

DREYFUS, T. Why Johnny can’t prove. *Educ. Studies Mathem.*, v.38, p.85-109, 1999.

DUBINSKY, E. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: TALL, D. *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer, 1991. p.95-126.

DURAND-GUERRIER, V.; ARSAC, G. Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l’analyse. Quelles implications didactiques? *Rech.Didactique Mathématiques*, v.23, n.3, p.295-342, 2003.

GUEUDET, G. Investigating the secondary-tertiary transition. *Educ. Studies Mathem.*, v.3, n.67, p.237-254, 2008a.

GUEUDET, G. La transition secondaire-supérieur: différents regards, différentes vues: Intervention au Centre de Didactique Supérieur. Liège: Université de Liège, 2008b.

LÜDKE, M, ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 2013.

MOREIRA, M.A. *Aprendizagem significativa crítica*. Porto Alegre: UFRGS, 2005.

NARDI, E.; IANNONE, P. To appear and to be: acquiring the « genre speech » of university mathematics. In: BOSCH, M. *Proceedings of the fourth Conference on European Research in Mathematics Education*. San Feliu de Guixols: Espagne, 2005. p.1800-1810.

ROBERT, A. Outils d’analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l’université. *Recherches Didactique Mathém.*, v.18, n.2, p.139-190, 1998.

ROBERT, A. Quelques outils d’analyse épistémologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l’université. In: ROBERT, A. *Actes de la IXe école d’été de didactique des mathématiques*. ARDM: Houlgate, 1997. p.192-212.

SÃO PAULO. Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. SEE/CENP, 2008.

SÃO PAULO. Caderno do professor da Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. SEE/CENP, 2008a.

SÃO PAULO. Caderno do aluno da Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. SEE/CENP, 2009.

SÃO PAULO. Saesp. 2011. Disponível: <http://saesp.fde.sp.gov.br/2011/pdf/Resultados%20gerais%20da%20Rede%20Estadual.pdf> <Acesso em: 5 mar. 2017>.

STEWART, J. *Cálculo*. São Paulo: Thomson Pioneira, 2000.

STOCCO, K.S.; DINIZ, M. I. *Matemática-ensino médio*. São Paulo: Saraiva, 2010.

UNICAMP. Vestibulares UNICAMP, 2011. Disponível em: [http://www.comvest.unicamp.br/vest\\_antiores/vest\\_ant.html](http://www.comvest.unicamp.br/vest_antiores/vest_ant.html) Acesso em: 5 jul. 2017.