

# Tecnologia na Formação Continuada: uma Experiência com Tarefas Investigativas para Ensino de Geometria

## Technology in Continuing Education: an Experience Using Investigative Tasks for Geometry Teaching

Nielce Meneguelo Lobo da Costa<sup>a</sup>; Maria Elisabette Brisola Brito Prado<sup>a</sup>; Samira Fayez Kfour<sup>b\*</sup>

<sup>a</sup>Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação Matemática. SP, Brasil.

<sup>b</sup>Unopar, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias. PR, Brasil.

\*E-mail: samira.kfour@unopar.br

Recebido em: 12/01/2017; Aceito em: 29/03/2017

---

### Resumo

Este artigo objetiva discutir a pesquisa empreendida em um processo de formação continuada de professores de matemática com foco no uso de tecnologia em tarefas investigativas para ensino de Geometria Espacial de Posição. A fundamentação teórica, quanto ao processo formativo, veio das ideias de Imbernón sobre formar o professor *na e para* a mudança, de Zeichner sobre reflexão coletiva e de Mishra e Koehler sobre o modelo TPACK. A pesquisa, de cunho qualitativo, na acepção de Bogdan e Biklen, se desenvolveu em uma formação continuada com seis encontros de quatro horas de duração com a participação de nove professores. A intenção foi propiciar aos professores a vivência de situações didáticas com tecnologias, especificamente o software *Cabri 3D*, de modo que refletissem sobre os processos de ensino e aprendizagem de geometria. A coleta de dados foi feita por observação direta, gravação em áudio e vídeo dos encontros e pelos registros produzidos pelos participantes. A análise interpretativa dos dados neste artigo foca no episódio relativo à tarefa “Quadrilátero Reverso”, que permitiu observar indícios de reflexão e de reconstrução de conhecimentos sobre o conteúdo matemático. Tais constatações evidenciaram que os professores pesquisados tiveram oportunidade de construir o conhecimento tecnológico do conteúdo, de acordo com os níveis do modelo TPACK. Conclui-se que atingir este nível de conhecimento é um processo complexo, pois depende da habilidade de integrar diversos conhecimentos. Finalmente, indica-se que isso não ocorre de imediato, requerendo um contínuo aprendizado do professor inclusive sobre a própria prática docente.

**Palavras-chave:** Educação Continuada. TPACK. Reconstrução da Prática. Geometria Espacial. *Cabri 3D*.

### Abstract

*This article aims to discuss the research carried out in a continuing Mathematics Teachers' education process focusing on the use of technology in investigative tasks for the teaching of Spatial Position Geometry. The theoretical basis for the formative process originated from Imbernón's ideas on Teachers' education in and for change, from Zeichner's ideas on collective reflection and from Mishra and Koehler's on the TPACK model. The qualitative research, in the Bogdan and Biklen's sense, was developed in a Continuing Teachers' education process with six meetings lasting four hours each with nine teachers participants. The intention was to provide teachers with the didactic situations experience within technologies, specifically Cabri 3D software, so that they could reflect on geometry teaching and learning processes. The data collection was performed by direct observation, meetings' audio and video recording and through the participants' notes. The interpretative data analysis focuses on the episode related to the "Skew Quadrilateral" task that allowed to observe the evidence of reflection and reconstruction of mathematical content knowledge. These findings revealed that the researched teachers had the opportunity to build the technological content knowledge, according to the TPACK model levels. It is concluded thus why it is a complex process to reach such levels, once it depends on the ability to mix and converge different kinds of knowledge. Finally, it is pointed out that such processes do not occur immediately, requiring a continuous learning effort about the teaching practice itself.*

**Keywords:** Continuing Education. TPACK, Practice Reconstruction. Spatial Geometry. *Cabri 3D*.

---

## 1 Introdução

As mudanças sociais e tecnológicas vertiginosas do final do século XX e desses anos iniciais do século XXI introduziram um novo paradigma do viver em sociedade. As várias formas das pessoas se comunicarem e se relacionarem, bem como a rapidez e facilidade de acesso às informações têm configurado um novo *modus operandi*. É nessa realidade que os jovens estão imersos e em formação, de modo a constituir os profissionais do futuro, os quais deverão saber lidar com esses artefatos culturais na vida. Esse movimento social e tecnológico tem impactado a expectativa dos alunos quanto ao papel da escola, uma vez que grande parte das instituições escolares está pouco preparada para corresponder a esses

anseios.

Como a escola pode repensar e agir em prol do ensino e da aprendizagem é uma questão crucial na pauta de educadores e pesquisadores em Educação. Nesse repensar e na procura de soluções, o papel do professor é visto como fator central, pois como enfatiza Nóvoa (2006), é o professor que em sala de aula pode fazer a diferença junto aos alunos. Além disso, pesquisas têm apontado que a utilização de recursos tecnológicos é uma das boas práticas docentes, que mais impactam a participação ativa e a aprendizagem dos alunos. (FONTANIVE; KLEIN; RODRIGUES, 2014)

Considerando o cenário atual com a presença das tecnologias e a disponibilidade de acesso aos vários objetos

digitais de aprendizagem torna-se cada vez mais necessário rever a prática pedagógica do professor. No caso do professor de matemática, ele pode fazer o uso pedagógico de jogos, linguagem de programação e de vários softwares educacionais, tais como: *Geogebra*, *Régua e Compasso*, *Winplot*, *Cabri*, entre outros, de modo que os estudantes possam vivenciar uma maneira mais ativa e significativa de aprender matemática.

Entretanto, fazer o uso das tecnologias digitais nos processos de ensino e aprendizagem não é algo simples. Isto porque não basta inserir a tecnologia no contexto escolar. A inserção de tecnologia na aula não significa, necessariamente, que exista uma reelaboração da prática pedagógica do professor. Muitas vezes, a presença desses recursos, em sala de aula, corresponde a uma virtualização dos métodos convencionais de ensino, com a tecnologia sendo utilizada para ilustração de conteúdos curriculares, ou seja, modernizando apenas na aparência, sem modificar a essência da forma de ensinar.

Entende-se que a essência, no caso, envolve utilizar a tecnologia para a integração de diferentes representações semióticas dos conceitos, para propiciar ao aluno a manipulação e exploração de objetos, o estabelecimento de relações, bem como para auxiliar a modelagem e a investigação de situações-problema. Nessa perspectiva, o aluno pode, com a tecnologia, construir novos repertórios para o pensar, favorecendo a construção de significado e de conhecimento matemático, desenvolvendo uma atitude condutora da própria aprendizagem.

Um dos campos da Matemática, nos quais a tecnologia pode contribuir para o levantamento de hipóteses, estabelecimento de conjecturas, exploração por diferentes pontos de vista é o da Geometria, especialmente, ao acrescentar as possibilidades viabilizadas pelos softwares de geometria dinâmica.

No caso particular do ensino de Geometria Espacial, como aponta Muraca (2011), os alunos se deparam, normalmente, com representações dos objetos geométricos em ambientes bidimensionais, tais como no papel ou na lousa. Nesses ambientes, o objeto geométrico é representado em projeção e, nessa representação, a visão é dada a partir de um ponto de vista, sem possibilidade de mover a figura de modo a estabelecer uma visão do objeto de outros pontos de vista. Softwares de geometria dinâmica, tais como: o *Geogebra 3D*<sup>1</sup> e o *Cabri 3D*<sup>2</sup> permitem a construção e exploração de objetos tridimensionais preservando suas propriedades geométricas durante a movimentação, a qual possibilita a análise desses objetos a partir de diferentes pontos de vista.

No entanto, o professor que atua na Educação Básica, na maioria das vezes, não foi preparado durante a sua formação inicial para utilizar, em sua prática, as potencialidades dos recursos tecnológicos. Por esta razão, é necessário a repensar a formação continuada, no sentido de proporcionar ao professor a reconstrução de conhecimento, envolvendo os

recursos das tecnologias digitais na perspectiva de integrá-las aos conteúdos curriculares.

A formação continuada aqui investigada foi desenvolvida com base nas ideias de Imbernón (2006), para o qual deve atender para promover ações que propiciem preparar o professor *na e para* a mudança. Entende-se que em uma formação que se proponha a subsidiar o professor para a integração de tecnologia na prática docente é necessário criar espaços para a discussão e a reflexão sobre o sentido da mudança e o papel da tecnologia ao ensinar a matemática. Isso para que os profissionais envolvidos possam socializar as experiências vivenciadas e, assim, se preparar para enfrentar e conviver com as mudanças e as incertezas.

Nesse enfoque, os estudos de Zeichner (1993) evidenciam que a formação, além de subsidiar as discussões, deve ter como foco tornar os professores reflexivos, críticos e autônomos para recriarem suas práticas, sendo a reflexão compartilhada fundamental nesse processo criativo.

O processo reflexivo na perspectiva da reflexão coletiva enfatizada por Zeichner (1993), envolve vivências para a reconstrução das práticas de sala de aula. Tal processo pode ser impulsionado na educação continuada, por meio de compartilhamentos das vivências e das experiências entre os pares e formadores. Entretanto, é fundamental que essa vivência seja alimentada por estudos teóricos particularmente para viabilizar a compreensão e a reconstrução da própria prática. Nesse sentido, ressalta-se a importância da articulação entre a teoria e a prática do cotidiano da sala de aula para promover de forma consciente as mudanças necessárias para um novo fazer pedagógico.

Essas mudanças referem-se, principalmente, às práticas que integram as tecnologias em uma abordagem que privilegia o desenvolvimento de atitudes ativas pelo aluno e a vivência de situações investigativas no processo de aprendizagem. Daí a importância de as ações formativas do professor serem desenvolvidas na perspectiva de auxiliar os professores em formação a desenvolverem o conhecimento pedagógico, tecnológico do conteúdo, ou no original em inglês, o *Technological Pedagogical Content Knowledge - TPACK*, que consiste na intersecção dos diferentes tipos de conhecimento: o conhecimento do conteúdo específico, o pedagógico e o tecnológico.

Esse modelo teórico, que subsidia a formação investigada criada por Mishra e Khoeler (2006) teve como ponto de partida estudos sobre a teoria da base do conhecimento profissional docente de Shulman (1986), que nessa teoria identificou um novo tipo de conhecimento, denominado Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

A teoria de Shulman representa uma importante referência para os estudiosos da formação do professor e, nesse sentido, Lobo da Costa e Prado (2015), constataram que vários

1 O *Geogebra 3D 5.0* na versão beta encontra-se disponível em: <http://www.geogebra.org/download>

2 O *Cabri 3D* Disponível, em versão de avaliação, em: <http://www.cabri.com/download-cabri.html>

pesquisadores tais como Hughes (2004), Niess (2005), Prado (2005), Almeida e Valente (2011) retomaram tais ideias sobre o conhecimento do professor, ampliando a discussão sobre a necessidade da integração do conhecimento tecnológico para o ensino. Nesse caminho, Mishra e Koehler (2006) criaram o modelo TPACK, uma estrutura teórica para auxiliar na compreensão da natureza dos conhecimentos, que são mobilizados pelos professores na docência. Essa estrutura é constituída pela integração de diferentes conhecimentos, os quais resultam novos níveis de conhecimentos. Assim, como já foi dito anteriormente e retomando as ideias de Shulman (1987), o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (em inglês *Pedagogical Content Knowledge – PCK*) é um nível de conhecimento, que integra o conhecimento das estratégias, que possam ser mais adequadas para o ensino que favoreça a compreensão do aluno sobre o conteúdo abordado.

O conhecimento de um determinado conteúdo, quando integrado ao conhecimento tecnológico resulta no Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (em inglês *Technological Content Knowledge – TCK*). Esse nível se expressa pela compreensão das relações recíprocas entre tecnologia e conteúdo. Para tanto, é necessário que os professores saibam, além do objeto da matéria que ensinam, neste caso a matemática, a maneira pela qual sua abordagem muda com a aplicação da tecnologia.

O Conhecimento Pedagógico Tecnológico (do inglês *Technological Pedagogical Knowledge – TPK*) é um nível de conhecimento integrado, que envolve compreender quais as potencialidades e as implicações do uso das diferentes tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem. Envolve, por exemplo, saber quais aspectos cognitivos um estudante utiliza no processo de construir um vídeo. No contexto da educação, a identificação das potencialidades e restrições das tecnologias estão relacionadas à intencionalidade pedagógicas do professor.

Esses três tipos de domínios, os níveis PCK, TCK e TPK, quando se integram, na concepção Mishra e Koehler (2006), dão origem ao Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo (*Technological Pedagogical Content Knowledge – TPACK*), uma forma emergente de conhecimento, que simboliza uma mescla e que vai além de todos os seus componentes (conteúdo – a matemática –, pedagogia, e tecnologia). É esse o tipo de conhecimento a ser mobilizado para ensinar com tecnologia.

É esse tipo de conhecimento que o professor precisa desenvolver para exercer a docência utilizando a tecnologia nos processos de ensino, de modo que leve o aluno a “pensar com” tecnologia e a construir seus conhecimentos.

Uma possibilidade para os processos formativos que pretendam auxiliar o professor a desenvolver conhecimentos na abordagem do modelo TPACK é a discussão de estratégias pedagógicas para o ensino que utilizem a tecnologia, em particular, inseridas em tarefas investigativas. Essas tarefas podem ser desenvolvidas integrando os recursos tecnológicos,

de modo que favoreçam o levantamento de hipóteses, a experimentação por meio da manipulação/aplicação de conceitos matemáticos e da sua representação na interface do software. Por exemplo, além da explicitação de conjecturas, da exploração de diversas possibilidades e da investigação de possíveis soluções, subsidia a validação dessas soluções. Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2003, p.23), as tarefas investigativas permitem:

[...] trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.

Outros autores, tais como: Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) consideram a importância de propor o que denominam tarefas exploratório-investigativas, as quais têm um caráter muitas vezes preparatório para o empreendimento de análises mais finas da situação pelo aluno. Eles destacam que esse tipo de tarefa constitui uma estratégia pedagógica proveitosa em termos de propiciar ao professor o empreendimento de um ensino significativo da matemática.

As considerações acima reforçam a afirmação de que a formação continuada do professor não é algo simples, pois envolve um processo de reconstrução de conhecimentos integrados. Nesse sentido, torna-se necessário que as ações formativas proporcionem ao professor participante o aprender-fazendo, ou seja, vivenciando as tarefas investigativas com o uso dos recursos tecnológicos e refletindo sobre essa vivência, procurando relacioná-la com as possibilidades de reconstruir a própria prática docente.

A questão, portanto, que instigou ao realizar esta pesquisa, centrou-se na formação continuada de um grupo de professores de matemática da Educação Básica, tendo como cenário um conjunto de tarefas de caráter investigativo voltadas para o ensino de Geometria Espacial de Posição, integrando a tecnologia, mais especificamente, o software *Cabri 3D*.

## 2 Material e Métodos

A pesquisa se desenvolveu em um processo de formação continuada de professores de matemática no âmbito de projeto de pesquisa maior do Programa Observatório da Educação da CAPES. Esse projeto foi concebido tendo como foco atuar com professores da Educação Básica visando promover estudos e reflexões, que pudessem propiciar a reconstrução da prática pedagógica dos participantes.

Para este estudo foi feito um recorte apresentando o que se refere à integração de recursos tecnológicos, no caso o *Cabri 3D*, ao ensino de Geometria Espacial de Posição, com tarefas investigativas para a sala de aula. As ações formativas ocorreram em seis encontros de quatro horas de duração. Foram propostas tarefas investigativas, com uso

de tecnologia, de modo que os participantes vivenciassem estratégias didáticas e construissem novas referências para a prática.

No primeiro encontro foi feita uma discussão sobre a Geometria Espacial no currículo do Ensino Médio, envolvendo a Geometria de Posição e a Métrica. Nesse encontro também foram apresentadas algumas ferramentas do software *Cabri 3D* para analisar conjuntamente com os professores participantes as potencialidades do uso da Geometria dinâmica para a aprendizagem dos alunos.

Nos demais encontros foram desenvolvidas com o uso do software *Cabri 3D*, as atividades descritas a seguir, por meio de tarefas investigativas para a sala de aula.

**Quadro 1:** Tópicos abordados nas atividades e respectivas intencionalidades pedagógicas

Atividades	Intencionalidade
1. Determinação de um Plano (existência e unicidade)	Discutir as quatro formas possíveis de determinação de um plano.
2. Posições relativas entre Retas no Espaço.	Determinar e discutir as três posições relativas possíveis entre retas no espaço.
3. Posições Relativas entre Plano e Reta no Espaço	Determinar e discutir as três posições relativas possíveis entre reta e plano no espaço.
4. Posições Relativas entre Planos no Espaço	Determinar e discutir as três posições relativas possíveis entre planos no espaço.
5. Quadrilátero Reverso.	Discutir as condições para que quatro pontos no espaço sejam vértices de um quadrilátero; Apresentar o quadrilátero reverso e discutir as posições relativas dos seus lados e diagonais.

Fonte: Adaptado de Muraca (2011).

Os encontros de formação com os professores participantes, atuantes na Educação Básica, foram realizados quinzenalmente na Universidade. Cabe ressaltar a importância dessa proximidade de ações e reflexões entre os profissionais da escola pública e da universidade, que possibilita a ampliação de aprendizagem entre os envolvidos, uma vez que os resultados de pesquisa gerados na universidade ganham vida na prática do professor na realidade escolar.

A pesquisa teve por objetivo compreender como a execução e discussão de tarefas investigativas, desenvolvidas em um processo de formação continuada de professores de matemática, voltada para o ensino de Geometria Espacial de Posição, com o uso de software *Cabri 3D*, pode impulsionar a construção de conhecimentos pelos participantes e a integração de tecnologia à prática docente.

Para atingir o objetivo, a metodologia da pesquisa foi a qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), com análise interpretativa. Os procedimentos metodológicos foram os seguintes: (1) elaborar um processo formativo para professores de matemática, que atuam na Educação Básica contemplando tarefas investigativas, com o uso de tecnologia para o ensino

de Geometria Espacial de Posição; (2) desenvolver a referida formação continuada e nela coletar dados; (3) analisar as estratégias didáticas vivenciadas pelos participantes e as possibilidades para construção e/ou ampliação de referências para a prática, especialmente, com o uso da tecnologia e, em particular, a construção/ reconstrução do conhecimento pedagógico, tecnológico do conteúdo (TPACK).

Os sujeitos da pesquisa foram nove professores participantes da formação e a coleta foi feita por observação direta, gravação de áudio e vídeo dos encontros e pelos registros produzidos. As ações formativas aqui focadas ocorreram em seis encontros de quatro horas de duração, na Universidade

### 3 Resultados e Discussão

Nesse artigo foi escolhido para a análise o episódio relativo ao desenvolvimento da atividade denominada “Quadrilátero Reverso”. Essa foi a última tarefa investigativa discutida, conforme mostra o quadro 1, apresentada quando os professores participantes já estavam familiarizados tanto com a proposta das atividades investigativas para explorar posições no espaço, quanto com o software *Cabri 3D*, no qual tinham desenvoltura para as construções necessárias à investigação das conjecturas postas.

Nessa atividade, inicialmente, foi proposto que os professores investigassem com o software as condições para que quatro pontos no espaço sejam vértices de um quadrilátero. Diversos quadriláteros foram construídos pelo grupo e na discussão coletiva, a conclusão estabelecida foi que os quatro vértices devem ser pontos três a três não colineares. Professores do grupo declararam que essa pode ser uma interessante atividade para discutir com seus alunos as condições dos vértices para a determinação de um quadrilátero e que, de forma similar, poderia ser proposta uma tarefa investigativa também para discutir as condições de posicionamento de pontos para a existência de um triângulo com vértices nesses pontos. Entretanto, todos os quadriláteros construídos pelo grupo de professores tinham os quatro vértices em um mesmo plano.

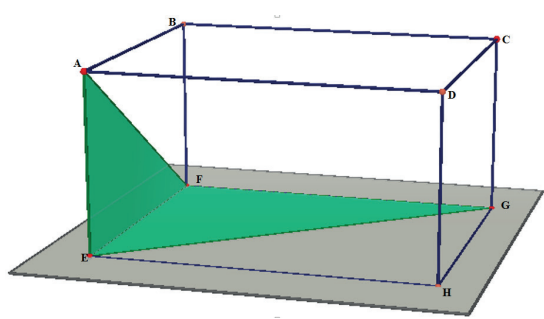
Na sequência, os professores participantes foram instigados a continuarem investigando se quatro pontos quaisquer distintos no espaço, sempre podem ser vértices de um quadrilátero contido em um plano. Utilizando o software, os participantes movimentaram os vértices dos quadriláteros já construídos e investigaram as diversas possibilidades quanto aos tipos de quadriláteros e concluíram, naquele momento erroneamente, que um quadrilátero é sempre uma figura plana.

Propos-se, então, a atividade “Quadrilátero Reverso”, ilustrada na figura 1, procurando levar o grupo de participantes a confrontar a conclusão anteriormente estabelecida com uma situação na qual não existe um plano ao qual pertençam todos os vértices do quadrilátero construído. Assim, por meio da atividade poderiam investigar e concluir pela existência

de quadriláteros, que não são figuras planas. Além disso, foi proposta uma investigação sobre as posições relativas das retas em suportes dos lados e diagonais do quadrilátero

reverso construído. O roteiro da atividade e um exemplo de construção de quadrilátero reverso (AEGF) encontram-se na Figura 1.

**Figura 1:** Tarefa investigativa sobre Quadrilátero Reverso

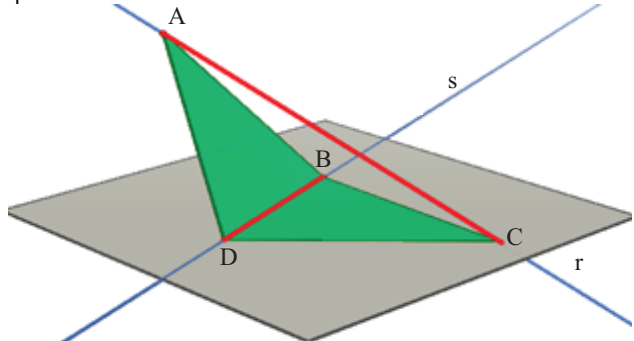
<p style="text-align: center;"><b>Atividade - Quadrilátero Reverso</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Construa um paralelepípedo reto retângulo ABCDEFGH, utilizando o <i>Cabri 3D</i>.</li> <li>2) Considere 4 vértices distintos e não coplanares do paralelepípedo e construa um quadrilátero.</li> <li>3) Investigue as posições relativas das retas suportes dos lados desse quadrilátero, que é chamado de <i>quadrilátero reverso</i>. Liste as posições encontradas.</li> <li>4) Investigue e responda:             <ul style="list-style-type: none"> <li>• As diagonais de um quadrilátero reverso são sempre reversas?</li> <li>• Dois lados opostos de um quadrilátero reverso são sempre reversos?</li> </ul> </li> </ol>	
---	--

Fonte: Adaptado de Muraca (2011).

Observa-se que pelas instruções da atividade, a definição dos vértices do quadrilátero foi em quatro pontos não coplanares, o que inviabilizava a construção de um quadrilátero plano. No momento da discussão coletiva, os professores participantes manifestaram que desconheciam esse tipo de quadrilátero e alguns deles indagaram se essa figura ainda poderia ser considerada um quadrilátero. Foi necessário retomar a definição de quadrilátero para o estabelecimento de consenso. Quanto à investigação sobre as posições relativas entre as diagonais e os lados do quadrilátero reverso, tanto a representação no software, quanto a movimentação que permitiu modificar o ponto de vista, foram fundamentais para o estabelecimento da conclusão, qual seja, que as diagonais desse quadrilátero estão sempre em retas reversas, o mesmo ocorrendo com dois lados opostos.

A Figura 2 evidencia uma representação de diagonais do quadrilátero reverso e as retas suportes, que são reversas.

**Figura 2:** Representação das retas suportes das diagonais de um quadrilátero reverso



Fonte: Muraca (2011 p.129).

Na discussão coletiva um dos professores salientou as possibilidades de uso dessa atividade como uma estratégia didática para auxiliar os seus alunos a atribuírem significado às retas reversas. Quanto aos lados do quadrilátero reverso, ao serem questionados sobre as posições encontradas, eles foram unânimes em dizer que dois lados quaisquer do quadrilátero

reverso ou são concorrentes ou estão em retas reversas. A partir daí, a discussão centrou-se em como provar essa afirmação.

Continuando as investigações foi proposta atividade descrita no Quadro 2:

**Quadro 2:** Tarefa de análise e reescrita de afirmações sobre o Quadrilátero Reverso

<b>Atividade sobre Quadrilátero Reverso</b>
<p>Leiam as frases abaixo. Reescrevam-nas para que elas possam expressar afirmativas verdadeiras – isto é, válidas para todos os casos.</p> <p><i>Afirmção 1:</i> Dados os pontos distintos A, B, C e D coplanares, é possível construir um quadrilátero reverso cujos vértices sejam esses pontos.</p> <p><i>Afirmção 2:</i> Dados os pontos distintos A, B, C e D não coplanares, é possível construir um quadrilátero reverso cujos vértices sejam esses pontos.</p> <p><i>Afirmção 3:</i> É possível construir um triângulo reverso.</p>

Fonte: Adaptado de Muraca (2011).

Observa-se que a Afirmação 1 é falsa, uma vez que se os pontos são coplanares o quadrilátero estará contido em um único plano não sendo reverso. Quanto à Afirmação 2, ela é verdadeira, pois se os quatro vértices não estão no mesmo plano, inexistente um plano que contenha o quadrilátero, logo, ele é reverso. Finalmente, em relação à Afirmação 3, esta é falsa, pois os vértices de um triângulo são sempre três pontos não colineares, ou seja, são sempre pontos coplanares, então, o triângulo é sempre uma figura plana, de onde se conclui que não existe triângulo reverso.

Os professores participantes, em duplas ou trios, desenvolveram a atividade de reescrita que foi em seguida discutida coletivamente.

Das três afirmações, a última foi a que causou maior polêmica, sendo que sete dos nove professores conjecturaram que se existe o quadrilátero reverso, provavelmente, exista o triângulo reverso. Algumas das reescritas, que surgiram foram as seguintes:

É possível construir um triângulo reverso, desde que os três pontos não sejam coplanares. (Professora A e Professora B)

Se tiver os pontos distintos A, B e C não coplanares, é possível construir um triângulo reverso cujos vértices sejam esses pontos. (Professora C:)

A análise das propostas de reescrita dos professores participantes permite afirmar que as explorações e investigações com o software não foram suficientes para que eles chegassem à conclusão correta, uma vez que neste caso, o postulado de determinação do plano precisaria ser acessado por eles. Vale ressaltar que as investigações e explorações feitas serviram para que fossem levantadas conjecturas, entretanto foi necessária a validação de tais conjecturas de alguma forma e o software sozinho não tem esse papel. Isto mostra a importância de que, ao longo do processo de exploração e de investigação, exista a mediação do professor como orientador para o aprendiz e, ao mesmo tempo, fica evidente a necessidade de que esse professor conheça perfeitamente o conteúdo envolvido, as potencialidades e restrições do software, assim como o tipo de tarefa que pode desencadear atividades investigativas, exploratórias, ou seja, aquelas que permitem expressar, conjecturar, compartilhar entre os participantes envolvidos para busca de soluções.

Nessa atividade se constatou que os professores tiveram oportunidade de ressignificar o conteúdo matemático, o que permite afirmar que houve indícios no episódio analisado de que o professor construiu o conhecimento tecnológico do conteúdo, na perspectiva de um dos níveis de integração de conhecimentos: Conhecimento Tecnológico do Conteúdo – TCK, do modelo TPACK. Entretanto, quanto a impulsionar o Conhecimento Pedagógico não houve evidências, até mesmo pelo tempo restrito, em que ocorreu esse processo formativo. O fato de o professor mencionar, em suas falas, que pode ser interessante trabalhar com seus alunos, revela que a aprendizagem vivenciada nessa situação foi significativa para ele. Contudo, essas evidências são insuficientes para concluir que houve a construção do conhecimento pedagógico, tecnológico do conteúdo, uma vez que na formação não houve aplicação e acompanhamento da prática. Ressalta-se que o conhecimento do professor na perspectiva do TPACK deve ser visto como evoluindo de forma contínua em um processo permanente de aprendizagem do professor.

Os professores participantes ao analisarem o potencial das atividades vivenciadas para o ensino foram unânimes em reconhecer, que são atividades muito ricas para os alunos levantarem conjecturas, explorarem e investigarem afirmações feitas sobre as posições relativas, tanto entre retas, quanto entre planos, e que elas podem levar os alunos a estarem mais bem preparados para enfrentar demonstrações. Em particular, a atividade sobre o quadrilátero reverso foi considerada de grande potencial para a discussão com os alunos sobre as posições entre retas no espaço.

#### 4 Conclusão

Este estudo mostrou a importância de a formação ter propiciado aos professores a vivência de situações

de aprendizagem investigativas, integrando os recursos tecnológicos, tanto para aprofundar a compreensão conceitual, bem como para repensar o ensino. Ficou evidenciado que na medida em que os professores participantes atribuíram sentido para sua própria aprendizagem, utilizando as ferramentas do software, eles passaram a reconhecer que essa pode ser uma nova maneira de aprender e que essa aprendizagem pode ocorrer com seus alunos.

Constatou-se que nesse período de tempo da formação houve alguns indícios de reflexão sobre a prática, mas restrito. Isto pode ser entendido pelo fato de que a vivência do professor na atividade investigativa estava centrada na própria aprendizagem (do software, do tipo de atividade, da exploração do conteúdo, etc.). Entretanto, considera-se que essa vivência e o compartilhamento do próprio processo de aprendizagem junto aos seus pares e o formador foram fundamentais para levá-los a refletir sobre as possibilidades para o ensino de Geometria Espacial de Posição, vislumbradas por meio da abordagem investigativa e a construir conhecimentos profissionais.

Tais constatações evidenciaram que os professores pesquisados tiveram oportunidade de construir Conhecimento Tecnológico do Conteúdo, de acordo com os níveis do modelo TPACK. Conclui-se que atingir este nível de conhecimento é um processo complexo, pois depende da habilidade do indivíduo em integrar diversos conhecimentos. Contudo, indica-se que isso não ocorre de imediato, requerendo um contínuo aprendizado do professor, inclusive sobre a própria prática docente.

Esta situação mostra que o processo de formação na perspectiva do TPACK e voltada para propiciar a reconstrução da prática não é simples, tampouco ocorre de forma imediata. É preciso contemplar ações de continuidade na formação voltada para oportunizar ao professor não apenas a construir novas referências para sua prática, mas a concretizá-las e ter a possibilidade de discutir com seus pares as ações empreendidas e as estratégias utilizadas em situações práticas. No entanto, a concretização requer novas construções de conhecimento as quais a formação deverá propiciar de modo que uma abordagem investigativa com o uso da tecnologia seja colocada em prática com os alunos e a aplicação discutida e compartilhada no grupo, para que haja reflexão sobre a prática caminhando para a sua reconstrução.

#### Referências

- ALMEIDA, M.E.B.; VALENTE, J.A. *Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?* São Paulo: Paulus, 2011.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto, 1994.
- FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.L.P.; CRISTOVÃO, E.M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: *Seminário Luso-Brasileiro: Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação de Professores*. Lisboa, 2005. Anais.

Lisboa, 2005, v.1.p.1-13.

FONTANIVE, N.; SANTOS, R. K.; RODRIGUES, S.S. Boas práticas docentes no ensino da Matemática. In: REUNIÕES DA ABAVE .7, 2014 p.203-222. Disponível em: <<http://www.fvc.org.br/estudos-e-pesquisas/2011/pdf/livro3/03%20boas%20praticas%20docentes.pdf>>. Acesso 3 abr. 2017.

HUGHES, J. Technology learning principles for preservice and in-service teacher education. *Contemp. Issues Technol. Teacher Educ.*, v.4, n.3, p.345-362, 2004.

IMBERNÓN, F. *Formação docente profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. São Paulo: Cortez, 2006.

LOBO DA COSTA, N.M.; PRADO, M.E.B.B. A integração das tecnologias digitais ao ensino de matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. *Rev. Perspectivas Educ. Matemática*, v.8, n.16, p.99-120, 2015.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, v.108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

MURACA, F.S. *Educação Continuada do Professor de Matemática: um contexto de problematização desenvolvido por meio de Atividades Exploratório-Investigativas envolvendo Geometria Espacial de Posição*. 2011. Dissertação (Mestrado em

Educação Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo.

NISS, M.L. Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching Teacher Educ.*, v.21, p.509-523, 2005.

NÓVOA, A. Desafios do trabalho do professor no mundo contemporâneo. 2006. Disponível em: < [http://www.sinprosp.org.br/arquivos/novoa/livreto\\_novoa.pdf](http://www.sinprosp.org.br/arquivos/novoa/livreto_novoa.pdf)>. Acesso em mar 2016.

PONTE, J.P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PRADO, M.E.B.B. Integração de mídias e a reconstrução da prática pedagógica. In: ALMEIDA, M.E.B; PRADO, M.E.B.B. (Org.). *Boletim 05 - Integração de tecnologias, linguagens e representações*. Salto para o Futuro. TV Escola. Brasília: MEC, 2005.

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educ. Rev.*, v.57, n.1, p,1-22, 1987.

SHULMAN, L.S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educ. Res.*, v.15, n.2, p. 4-14, 1986.

ZEICHNER, K. *A formação reflexiva de professores: ideias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993.