

# Um Estudo Sobre Conhecimentos Necessários ao Professor para Explorar Problemas de Matemática Financeira e Promover a Educação Financeira

## *A Study on the Knowledge Teachers Need to Explore Financial Mathematics Problems and Promote Financial Education*

Vera Mônica Ribeiro<sup>a</sup>; Ruy César Pietropaolo<sup>cd</sup>; Susane Cristina Pasa Pelaquim<sup>bd</sup>

<sup>a</sup>Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, SP, Brasil.

<sup>b</sup>Secretaria de Educação do Estado do Paraná, PR, Brasil.

<sup>c</sup>Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, SP, Brasil

<sup>d</sup>Universidade Anhanguera Unopar, Programa de Pós-Graduação em Metodologias em Ensino de Linguagens e suas Tecnologias, PR, Brasil

---

### Resumo

Este artigo discute parte dos dados obtidos em um processo formativo cujo propósito foi investigar os conhecimentos mobilizados por professores ao organizarem sequências de atividades envolvendo conceitos matemáticos para favorecer o Letramento Financeiro de seus estudantes. São analisadas as concepções desses professores sobre Matemática e Educação Financeira. Discute-se, também, o uso da visualização de operações financeiras por meio de um eixo-das-setas para favorecer a compreensão de conceitos como o valor do dinheiro no tempo – cálculo do valor presente de uma quantia futura e o do valor futuro de uma quantia presente. Em relação à fundamentação teórica, utiliza-se a Matemática Crítica de Skovsmose e as categorias de Shulman e por Ball et al. para os conhecimentos docentes. As reflexões compartilhadas durante o processo possibilitaram a ampliação da base de conhecimentos dos professores e o alargamento de suas próprias concepções: ensinar Matemática inclui também a valorização de práticas, que levam em conta necessidades e contextos do mundo contemporâneo. Consideraram que a abordagem visual é adequada para o ensino da matemática financeira, pois potencializa a diversidade de raciocínio e, em função de sua simplicidade, facilita a compreensão da teoria, privilegiando o raciocínio em vez da memorização de fórmulas.

**Palavras-chave:** Letramento Financeiro. Matemática Crítica. Itinerário Formativo. Abordagem Visual.

### Abstract

*This article discusses part of the data obtained in a training process whose purpose was to investigate the knowledge mobilized by teachers when organizing sequences of activities involving mathematical concepts to promote the Financial Literacy of their students. The conceptions of these teachers about Mathematics and Financial Education are analyzed. The use of visualization of financial operations through an axis of arrows is also discussed to promote the understanding of concepts such as the value of money over time – calculating the present value of a future amount and the future value of a present amount. Regarding the theoretical basis, Skovsmose's Critical Mathematics and the categories of Shulman and Ball et al. are used for teaching knowledge. The reflections shared during the process allowed the expansion of the teachers' knowledge base and the broadening of their own conceptions: teaching Mathematics also includes the valorization of practices that take into account the needs and contexts of the contemporary world. They considered that the visual approach is suitable for teaching financial mathematics, as it enhances the diversity of reasoning and, due to its simplicity, facilitates the understanding of the theory, prioritizing reasoning instead of memorizing formulas.*

**Keywords:** Financial Literacy. Critical Mathematics. Training Itinerary. Visual Approach.

---

## 1 Introdução

O presente artigo discute parte de dados obtidos em um processo formativo que integrou a tese de Doutorado defendida pelo primeiro autor (Ribeiro, 2024), cujo propósito foi investigar os conhecimentos mobilizados por professores em formação continuada ao organizarem sequências de atividades envolvendo conceitos e procedimentos matemáticos para compor um itinerário formativo de modo a favorecer o desenvolvimento do Letramento Financeiro de seus estudantes do Ensino Médio.

Neste texto são utilizadas as expressões Letramento Financeiro, Matemática Financeira e Educação Financeira, e como essas têm significados polissêmicos, convém inicialmente destacar as acepções adotadas.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

(Pisa)<sup>1</sup>, que é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), apresenta a definição de Letramento Financeiro em uma publicação do MEC para divulgar na matriz de referência de análise e de avaliação de letramento financeiro em 2021<sup>2</sup>:

Assume-se também a definição dada pelo PISA de que Letramento Financeiro não se trata de apenas conhecer e compreender conceitos e riscos financeiros, mas também desenvolver habilidades e atitudes para aplicar esse conhecimento e essa compreensão, a fim de tomar decisões eficazes em uma variedade de contextos financeiros, melhorar o bem-estar financeiro dos indivíduos e da sociedade, e participar ativamente na vida econômica.

<sup>1</sup> Tradução de Programme for International Student Assessment.

<sup>2</sup> Devido à pandemia, essa avaliação ocorreu em 2022.

Além disso, esse significado se aproxima das definições de letramento dos outros domínios de avaliação do Pisa e, também, do Letramento Matemático da BNCC.

Já, a Educação Financeira é o processo pelo qual as pessoas desenvolvem seu Letramento Financeiro, ou seja, os consumidores aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio do ensino e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas informadas, tomar medidas efetivas para melhorar seu bem-estar financeiro e de sua comunidade – letrado financeiramente. Matemática Financeira, por sua vez, envolve conceitos e procedimentos matemáticos necessários para resolver problemas relacionados ao mundo financeiro, sobretudo, comparações e análises de transações monetárias – investimentos e empréstimos – em diferentes momentos: valor do dinheiro no tempo.

Assim, as investigações sobre o ensino e aprendizagem envolvendo a Educação Financeira são relevantes não apenas como um contexto para o aluno aprender e/ou aplicar conceitos e procedimentos matemáticos, mas, sobretudo, para o aluno compreender como gerenciar seus recursos financeiros, considerando os contextos individual e social, e desenvolver conceitos básicos da Economia.

Ademais, o contexto da Educação Financeira está proposto na parte da formação geral básica da área Matemática da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (Brasil, 2018) e tem sido tema presente em muitos dos Itinerários Formativos propostos por escolas de diversos estados brasileiros. É necessário destacar que esses itinerários são considerados estratégicos para a flexibilização da organização curricular do Ensino Médio, segundo as DCNEM/2018<sup>3</sup>.

Nesse sentido, o Brasil está de acordo com a orientação da OCDE quanto à importância da conscientização financeira e considerar a escola como espaço estratégico que pode e deve promover a Educação Financeira, oferecendo oportunidades de desenvolvimento da alfabetização financeira por todos os alunos.

O estudo realizado pela OCDE, em 2018, por meio do PISA, revela que os estudantes brasileiros, comparando-os com a média da avaliação dos 22 países participantes – membros da OCDE e convidados –, apresentam indicadores muito baixos de proficiência em letramento financeiro. O teste avaliou estudantes de 15 anos, matriculados em escolas públicas e privadas em todo território nacional.

Os resultados são classificados em 5 níveis de proficiência – de 1 a 5. Em média, nos países da OCDE, 18% dos alunos tiveram desempenho igual ou inferior ao Nível 1. No entanto, mais de 45% dos alunos no Brasil tiveram desempenho igual ou inferior a esse nível, em comparação, por exemplo, com 11% dos alunos da Dinamarca<sup>4</sup>. Os alunos desse nível podem, na melhor das hipóteses, reconhecer a diferença entre necessidades e desejos, tomar decisões simples sobre gastos

diários e reconhecer o propósito de alguns poucos documentos financeiros, como um boleto, por exemplo. Em relação à Matemática, aplicam operações básicas (adição, subtração e multiplicação) para responder questões financeiras cotidianas.

Tendo em vista os argumentos apresentados, que justificam a relevância desta pesquisa, analisa-se neste artigo as concepções de um grupo de professores a respeito da Educação Financeira e Matemática Financeira, identificadas pelas respostas dadas a um questionário proposto antes do processo formativo. Analisa-se, também, a resolução apresentada pelo grupo a uma situação-problema elaborada por eles, quando conceberam uma sequência didática visando um itinerário formativo sobre Educação Financeira, discutindo se a visualização de operações financeiras por meio de uma representação gráfica (eixo-das-setas) pode favorecer a compreensão do conceito de valor do dinheiro no tempo – cálculo do valor presente de uma quantia futura e o do valor futuro de uma quantia presente.

## 2 Material e Métodos

Os dados aqui analisados foram coletados por meio de um questionário de entrada e do registro das discussões ocorridas em dois dos encontros com a participação de um grupo de seis professores de Matemática de uma escola pública estadual.

Esta investigação, de natureza qualitativa foi aprovada pela Comissão de Ética, sob Parecer número 4.687.660, e com número CAAE 45299521.7.0000.5493. A pesquisa foi realizada com seis professores de Matemática da rede estadual de São Paulo, com idades entre 29 e 64 anos, com a média dessas idades igual a 49,3 anos e mediana 51,0 anos. Apenas um desses não estava lecionando no Ensino Médio e todos os outros lecionavam também no Ensino Fundamental anos finais. Neste texto, são usadas as referências Artemis, Dionísio, Gaia, Héstitia, Hefesto e Hora, para nomear esses participantes.

A coleta de dados ocorreu em duas fases. Na primeira, aplicou-se um questionário de caráter diagnóstico para identificar conhecimentos dos licenciandos a respeito da Educação e Matemática Financeira. Este questionário foi respondido individualmente. Depois de coletados os dados, eles discutiram suas respostas, que foram gravadas.

A segunda fase, denominada processo formativo, teve o objetivo de investigar se atividades que promovam discussões e estudos sobre Educação Financeira, incluindo estratégias para a resolução de problemas atinentes à Matemática financeira poderiam ampliar a base de conhecimentos dos docentes, por meio de reflexões compartilhadas sobre o ensino desses objetos e elaborar uma sequência com vistas a favorecer o Letramento Financeiro de estudantes do Ensino Médio. Todos os encontros foram presenciais e gravados.

Cabe ainda destacar que o processo de elaboração, reelaboração e recriação dos passos que compuseram a investigação, que aqui são apresentados pequena parte, quer para a preparação do questionário aplicado inicialmente, quer para a organização das atividades propostas e exame dos resultados, toma-se como fundamentação a Matemática Crítica segundo Skovsmose (2014), tendo em vista que a concepção adotada para Educação Financeira é a de formação

3 Em 2024 um novo projeto mantém 3000 horas e a divisão do EM em dois blocos, mas amplia o número de horas da parte comum de 1800 para 2400 horas e diminui a carga horária dos itinerários de 1200 para 600 horas.

4 Dados obtidos em <https://www.oecd.org/finance/financial-education/pisa-2018-results-volume-iv-48ebd1ba-en.htm>

de um cidadão capaz de tomar decisões relevantes, não apenas para si e sua família, mas também criticar o mundo econômico e social em que vive; as ideias de Shulman (1986) no que se refere à formação de professores, relativas aos conhecimentos necessários ao professor, tais como: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular do conteúdo; em relação ao caso específico da formação de professores de Matemática, leva-se em conta as categorias estabelecidas por Ball *et al.* (2008), que constituem um refinamento daquelas apresentadas por Shulman: conhecimento do conteúdo comum/especializado; conhecimento do conteúdo e de estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino; e conhecimento curricular; e relativamente à Matemática Financeira apoia-se em pesquisas e textos que utilizam registros visuais para a compreensão de conceitos financeiros: Novaes, R. C. N. (2008), uma pesquisa sobre uma experiência de ensino da matemática financeira, segundo uma abordagem visual; em problemas propostos no Caderno do Professor da SEE-SP (2009) e, sobretudo, em Morgado, Wagner e Zani (2005) autores da Coleção do Professor de Matemática e em uma publicação da UFRJ.

### 3 Resultados e Discussão

Apresenta-se, inicialmente, uma discussão das respostas ao questionário inicial e do debate coletivo sobre essas. Depois, analisa-se a resolução de um dos problemas propostos na sequência elaborada pelo grupo e discute-se com esses as potencialidades de uma estratégia “visual”, que poderia ser denominada de um registro de representação, para a compreensão do conceito do valor do dinheiro no tempo.

#### 3.1 Sobre as concepções dos professores a respeito de consumo e finanças pessoais

A fim de identificar concepções dos participantes desta pesquisa sobre sua relação com o dinheiro e o consumo propõe-se, entre outras, a seguinte questão: você já refletiu sobre a importância de estar ciente das decisões financeiras que toma?

A seguir transcreve-se a discussão sobre as respostas dadas.

**Gaia:** Nem sempre.

**Héstia:** Muitas vezes somos bombardeados por propagandas e quando percebemos já gastamos de forma inconsciente.

**Hora:** Sim, acho que todos nós podemos exagerar às vezes. Mas é importante estarmos cientes do que realmente queremos.

**Hefesto:** Isso mesmo! Também entender as implicações e consequências de nossas escolhas.

**Gaia:** Com a fala de vocês percebo que isso é importante. Não devemos deixar nosso dinheiro ser gasto de maneira quase automática. Nós precisamos ser os verdadeiros donos do nosso dinheiro.

Héstia traz à tona o impacto da propaganda, um fator externo que pode influenciar as decisões financeiras de forma inconsciente. Hora e Hefesto, por sua vez, enfatizam a importância de ter consciência nas decisões financeiras, ressaltando a necessidade de entender as implicações e consequências dessas escolhas. Finalmente, Gaia reconhece

a importância da reflexão nas decisões financeiras, demonstrando uma mudança em sua perspectiva. Eles continuaram a conversa:

**Artêmis:** Acho que todos nós concordamos que a consciência financeira é importante. Mas como podemos melhorar nossa consciência financeira?

**Héstia:** Acredito que a Educação Financeira é o primeiro passo. Precisamos entender os conceitos básicos de finanças, como juros, inflação e investimentos.

**Hora:** Concordo com o Héstia. Além disso, acho que também precisamos ser proativos em aprender sobre finanças. Não podemos apenas confiar em conselheiros financeiros.

**Dionísio:** Isso é verdade, Hora. Mas também acho que precisamos de mais transparência e Educação Financeira nas escolas. Muitas pessoas não entendem suas próprias finanças porque nunca foram ensinadas sobre isso. Nós precisamos ensinar.

**Gaia:** Eu concordo, Dionísio. A Educação Financeira deve começar cedo. Mas também acho que precisamos ser responsáveis por nossas próprias finanças. Não podemos culpar os outros por nossas decisões financeiras. Quem é que deveria ensinar Educação Financeira?

**Hefesto:** Todos vocês têm pontos válidos. Acho que a chave é a Educação Financeira, a proatividade em aprender e a responsabilidade pessoal. Todos nós temos o poder de melhorar nossa consciência financeira. Gaia, devemos sim ensinar um pouco de Educação Financeira em nossas aulas de matemática

**Artêmis:** Acho que todos nós concordamos que a consciência financeira é importante. Mas como podemos melhorar nossa consciência financeira?

**Héstia:** Acredito que a Educação Financeira é o primeiro passo. Precisamos entender os conceitos básicos de finanças, como juros, inflação e investimentos.

**Hora:** Concordo com o Héstia. Além disso, acho que também precisamos ser proativos em aprender sobre finanças. Não podemos apenas confiar em conselheiros financeiros.

**Dionísio:** Isso é verdade, Hora. Mas também acho que precisamos de mais transparência e Educação Financeira nas escolas. Muitas pessoas não entendem suas próprias finanças porque nunca foram ensinadas sobre isso. Agora temos de ensinar! Nós os professores de Matemática?

**Gaia:** Eu concordo, Dionísio. A Educação Financeira deve começar cedo. Mas também acho que precisamos ser responsáveis por nossas próprias finanças. Não podemos culpar os outros por nossas decisões financeiras.

**Hefesto:** Todos vocês têm pontos válidos. Acho que a chave é a Educação Financeira, a proatividade em aprender e a responsabilidade pessoal. Todos nós temos o poder de melhorar

Nesse diálogo, eles estavam preocupados com a sua própria Educação financeira, além do ensino. A interferência no processo de discussão que os participantes promoviam sobre suas próprias respostas sempre foi no sentido de fomentar a discussão. Sobre as questões do consumo questiona-se: o que vocês pensam sobre o consumo? Esse consumo não precisa ser planejado e consciente, pois não é necessário haver equilíbrio entre necessidade e desejo, emoção e razão?

**Gaia:** Sim, professora. Temos de pensar antes de comprar. Vamos supor que eu quero uma geladeira nova agora e eu não tenho dinheiro para pagar à vista. Sei que é vantagem eu guardar o dinheiro das prestações, aplicando no banco, para depois poderei comprar à vista, talvez uma geladeira melhor ainda e sobrar um pouquinho de dinheiro. Mas se eu quero agora, para minha família é melhor. Não acho que seja desejo, apenas desejo, para mim é necessidade. Os juros que eu pago é o preço para eu ter a geladeira agora, não é?



**Pesquisadora:** Sim, se é necessidade você tem razão, você compra depois de pesquisar preços e planos. Mas vocês já refletiram sobre o que você deixou de ganhar ao tomar uma decisão? Essa é a essência do custo de oportunidade. É um conceito da economia que pode ser aplicado em várias situações do dia a dia, inclusive nos investimentos. Ele se refere à escolha não feita, ou seja, aquilo que abrimos mão quando optamos por uma alternativa em vez de outra.

**Hefesto:** Não tinha pensado nisso.

**Pesquisadora:** Pensar em termos de custo de oportunidade não significa evitar gastos ou compras, mas sim refletir, analisar alternativas e ponderar as consequências das decisões financeiras. Isso permite avaliar o benefício real de uma compra e o prazer obtido dela em comparação com outras formas de gastar dinheiro.

Todos os professores participantes reconheceram que esse conceito de custo de oportunidade está relacionado à necessidade e aos sonhos na gestão financeira. A satisfação de realizar uma compra deve ser ponderada em relação ao dinheiro gasto e ao bem-estar que poderia ser obtido com outras possíveis despesas. Os sonhos, que muitas vezes têm custos associados, exigem reflexão sobre o que está sendo sacrificado para torná-los realidade.

Por outro lado, esse conhecimento, custo de oportunidades, na visão de Ball *et al.* (2008), seria classificado como conhecimento do conteúdo especializado, necessário ao professor, ainda que não seja prescrito para o trabalho com os alunos, ou seja, deveria ser de componentes ativos, sobretudo, no repertório de conhecimentos do professor que ensina conceitos e procedimentos relativos à Matemática financeira.

Em síntese, considera-se que as discussões mediadas ampliaram as concepções iniciais dos participantes que, embora reconhecessem a importância da Educação financeira, eles não a consideravam como tarefa do professor de Matemática por dois motivos: não tiveram uma formação para tanto e o escopo da área Matemática no Currículo não envolve Educação financeira, mas sim conhecimentos de conceitos matemáticos para resolver problemas financeiros – juros simples e compostos, por exemplo.

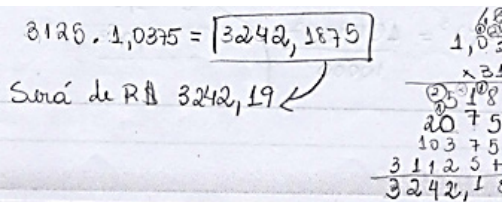
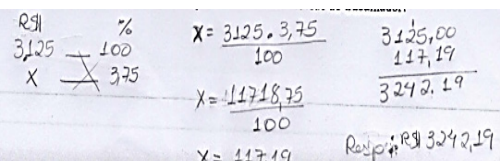
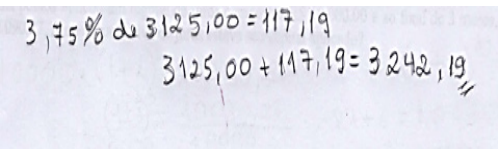
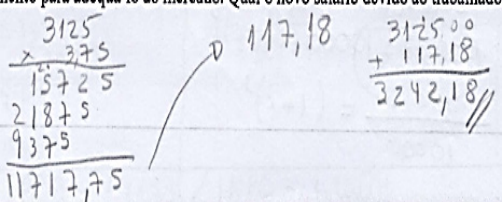
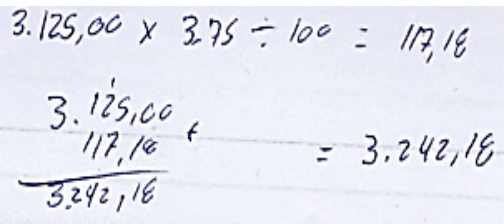
Quanto às categorias de Shulman (1986) e Ball *et al.* (2008), os docentes não dominavam conhecimentos para ensinar Educação Financeira, seja o do conteúdo, o especializado, seja o do pedagógico do conteúdo e do curricular do conteúdo, tendo em vista que, inicialmente, sequer reconheciam que as questões aqui levantadas deveriam ser objeto de estudo e/ou contextos da área de Matemática. Os professores parecem não conceber esse caráter crítico da Educação Matemática como Skovsmose (2014).

### 3.2 Sobre os conhecimentos dos professores a respeito da resolução de problemas financeiros e seu ensino

Com a intenção de averiguar os conhecimentos do grupo de professores a respeito do ensino de noções concernentes aos problemas de porcentagem e juros e, possivelmente, sobre os tipos de abordagens experimentados em suas aulas, propôs-se o seguinte problema de porcentagem no questionário inicial: Um trabalhador recebe R\$ 3.125,00 de salário mensal e a empresa efetuou um ajuste de 3,75% do recebimento para adequá-lo ao mercado. Qual é o novo salário devido ao trabalhador?

No Quadro 1, apresentam-se as resoluções dos professores e uma breve análise do procedimento realizado por eles.

Quadro 1 - Análise das resoluções do problema de porcentagem

Artêmis	<p>Resolução</p>  <p>A prof.<sup>a</sup> Artêmis multiplicou o valor do salário inicial por 1,0375 para obter diretamente o novo salário.</p>
Héstia	<p>Resolução</p>  <p>A prof.<sup>a</sup> Héstia utilizou a regra de três simples. Depois, adicionou o valor encontrado ao salário inicial para obter o novo salário.</p>
Gaia	<p>Resolução</p>  <p>A prof.<sup>a</sup> Gaia adicionou o percentual de aumento com o próprio salário inicial e obteve o valor do novo salário.</p>
Hora	<p>Resolução</p>  <p>O prof.<sup>a</sup> Hora também adicionou o percentual de aumento com o próprio salário inicial e obteve o valor do novo salário.</p>
Hefesto	<p>Resolução</p>  <p>O prof. Hefesto também adicionou o percentual de aumento com o próprio salário inicial e obteve o valor do novo salário.</p>

Fonte: dados da pesquisa.

Embora utilizando procedimentos diferentes, todos os professores chegaram à resposta correta, a menos dos centésimos de reais. Com exceção da profa. Gaia e do prof. Hefesto, nenhum dos outros utilizou a calculadora para fazer

os cálculos. Soube-se, depois, que não a utilizaram, pois supunham não ser permitido e que era assim mesmo que procedem nas aulas: quase sempre solicitam aos seus alunos que não a usem – “esse é um momento para eles praticarem os algoritmos. As falas a seguir mostram esse fato.

Gaia: Acho que a maior dificuldade dos alunos é calcular porcentagens sobre números decimais.

Hora: Verdade, e para isso devemos ensinar o aluno a usar o algoritmo da multiplicação, sem utilizar vírgulas, acrescentando no final de acordo com o número de casas decimais.

Das resoluções, estranha-se a da prof.<sup>a</sup> Héstia utilizar a regra de três para calcular porcentagem, que embora seja uma estratégia correta, não pode ser considerada a mais prática, para calcular porcentagem simples. Convém lembrar que desde o 5º ano do EF é proposto o cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, conforme mostra a BNCC (Brasil, 2018), nas habilidades – 5º e 6º anos – sem regra de três.

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (Brasil, 2018, p.295)

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (Brasil, 2018, p.301).

Mediante os procedimentos adotados, é possível afirmar que alguns desses professores dispõem de poucas estratégias para ensinar o cálculo de porcentagens aos seus alunos – não uso da proporcionalidade ou da calculadora e não considerar a porcentagem como fator – apresentando conhecimentos, talvez insuficiente, do pedagógico do conteúdo e do curricular para ensinar cálculo simples de porcentagem.

Na discussão que foi feita sobre o cálculo de porcentagens por meio de um fator, os professores reconheceram que no ensino é aconselhável enfatizar o uso da notação decimal, pois isso pode simplificar a resolução de diversos problemas. Além disso, reconheceram também que a utilização da porcentagem como fator se revela mais apropriada para o uso de calculadoras na resolução dos problemas. Os professores e o formador discutiram o exemplo a seguir:

Para calcular o preço de um produto que sofreu um aumento de 25%, é suficiente multiplicar o preço original P por 1,25. Isso ocorre porque  $P + 25\%$  de  $P = P + 0,25P = 1,25P$ .

Da mesma forma, ao aplicar um desconto de 30% no preço original P, o novo preço pode ser obtido por meio da multiplicação de P por 0,7, tendo em vista que  $P - 0,3P = 0,7P$ .

Assim, de maneira geral, para calcular o valor após um aumento correspondente a uma taxa expressa na notação decimal, deve-se multiplicar o valor original por . Por outro lado, no caso de um desconto, o cálculo é feito multiplicando-se por

Depois disso, foi proposto individualmente que resolvessem o seguinte problema sobre juros simples: uma pessoa faz um empréstimo de R\$ 45.000,00, a ser pago em um ano, a uma taxa de juros simples de 18% ao ano: a) Qual será

o valor dos juros a serem pagos? e b) Qual será o montante ao final do prazo?

Todos resolveram corretamente o problema e, tal como fizeram no problema anterior, evitaram o uso de calculadora. Um fato foi constante em todas as resoluções: a divisão por 100, nas fórmulas, parecendo desconhecer que a porcentagem é um número racional e que, portanto, eles poderiam considerar diretamente 18% como 0,18. No Quadro 2, apresentam-se as resoluções de três dos professores, representando também as demais, e uma breve análise do procedimento realizado por eles.

## Quadro 2 - Análises das resoluções do problema de juros simples

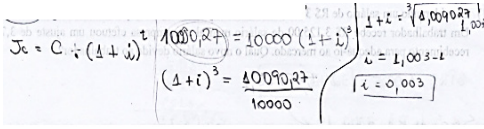
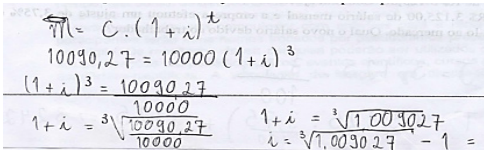
	Resolução
Artêmis	<p>a) Qual será o valor dos juros a serem pagos? R\$ 8.100,00 b) Qual será o montante ao final do prazo? R\$ 53.100,00</p> <p>a) <math>45000 \cdot \frac{18}{100} \cdot 1 = 8100</math></p> <p>R\$ 45.000,00 + R\$ 8.100,00 = R\$ 53.100,00</p>
Héstia	<p>J = C * i * m    i = 18% = 0,18    m = 1    C = 45000    (M = C + J)</p> <p>J = 45000 * 0,18 * 1    M = 45000 + 8.100</p> <p>J = 8.100    M = 53.100</p> <p>Resp a) O juros a ser pago é de R\$ 8.100,00 b) O montante será R\$ 53.100,00</p>
Hora	<p>Resolução</p> <p>simples de 18% ao ano.</p> <p>a) Qual será o valor dos juros a serem pagos? 4500 b) Qual será o montante ao final do prazo? 5300</p> <p>a) <math>J = 45.000 \cdot 0,18 \cdot 1</math> b) <math>M = ?</math></p> <p><math>J = 8.100,00</math></p> <p><math>45.000 + 8.100 = 53.100</math></p>

Fonte: dados da pesquisa.

Propôs-se também que resolvessem o seguinte problema sobre juros compostos. Uma pessoa aplicou em regime de juros compostos R\$ 10.000,00 e ao final de 3 meses, resgatou R\$ 10.090,27. A que taxa de juros esteve seu capital aplicado tendo em vista a capitalização mensal?

Todos procuraram resolver aplicando a fórmula, embora nem todos chegaram ao resultado, por não saberem calcular a raiz cúbica com a calculadora científica que tinham disponível no celular. Apresenta-se a resolução de apenas dois professores por se considerar que eles representam os demais.

**Quadro 3 - Análises das resoluções do problema de juros compostos**

Artêmis	<p>Resolução</p>  <p>A prof.<sup>a</sup> Artêmis aplicou a fórmula de juros compostos para encontrar a taxa efetiva de juros, deixando a resposta em forma decimal.</p>
Dionísio	<p>Resolução</p>  <p>O prof. Dionísio montou a estrutura dos juros compostos, iniciou a resolução, entretanto deu a resposta final, por não ter calculado a raiz cúbica.</p>

Fonte: dados da pesquisa.

Após a discussão de todo o grupo sobre as resoluções e o reconhecimento de que a calculadora é imprescindível na Matemática financeira, solicitou-se que eles justificassem a fórmula dos juros compostos ou como eles a explicariam aos seus alunos. Apenas um dos professores confirmou que sabia e justificou aos demais colegas.

Na fase de elaboração de uma sequência para compor um itinerário formativo foram transcritas algumas falas dos professores afirmando que muitos cálculos da matemática financeira envolvem conceitos como função exponencial e função logarítmica, e não apenas nas quatro operações aritméticas. Essa percepção ocorreu somente após discussão das habilidades de Matemática da BNCC (2018), do Currículo Paulista (2019) e do Itinerário formativo Matemática Conectada da SEE-SP (2022).

Esse desconhecimento pode ser decorrência de uma concepção que a Matemática escolar deve enfatizar treino de algoritmos e ensinar conceitos em contextos meramente matemáticos deixando de lado os individuais, sociais ou ocupacionais, ou seja, contextos que podem propiciar significados. Eles refletiram sobre conhecimentos necessários para a Matemática Financeira.

**Hora:** O domínio dos números, incluindo inteiros e racionais, é um pré-requisito para o ensino da Matemática Financeira. Isso porque esses conceitos formam a base para entender como o dinheiro é quantificado e como as transações financeiras são realizadas.

**Dionísio:** A porcentagem é um conceito que encontramos com frequência em situações cotidianas. Por exemplo, os descontos em lojas são geralmente expressos em porcentagem, assim como as taxas de juros em empréstimos e investimentos.

**Héstia:** É importante que o estudante entenda o conceito de porcentagem e saiba aplicar estratégias como o cálculo mental. Isso permite que eles façam cálculos rápidos e informados em situações do dia a dia, como calcular gorjetas ou entender a magnitude de um desconto.

**Gaia:** No contexto do ensino da Matemática Financeira, a porcentagem assume uma importância significativa. Ela é a base para calcular juros, entender retornos de investimentos e avaliar a eficácia de diferentes opções financeiras.

**Hefesto:** A porcentagem é fundamental para abordar temas de Matemática Financeira, como juros simples e compostos, amortização, acréscimos e descontos. Por exemplo, os juros são geralmente expressos como uma porcentagem do principal.

**Artêmis:** Eu nunca tinha pensado que ao abordar juros simples, podemos também introduzir ou reforçar os conceitos de Progressão Aritmética. Isso porque os juros simples resultam em um crescimento linear do dinheiro ao longo do tempo, que pode ser modelado como uma PA.

**Héstia:** Eu também. Podemos também ensinar ou aprofundar o conceito de função afim. Uma função afim pode modelar muitos aspectos das finanças, como o valor de um investimento ou dívida ao longo do tempo quando os juros são simples.

**Dionísio:** Ao trabalhar com juros compostos, podemos introduzir conceitos como progressão geométrica e função exponencial. Isso porque os juros compostos resultam em um crescimento exponencial do dinheiro ao longo do tempo, que pode ser modelado como uma PG ou uma função exponencial.

**Hora:** Para adicionar ao que Dionísio disse, também podemos incluir o conceito de logaritmo e taxas equivalentes. O logaritmo é útil para resolver problemas envolvendo crescimento exponencial, como calcular o tempo necessário para um investimento dobrar. As taxas equivalentes são importantes para comparar diferentes opções financeiras que têm diferentes períodos de capitalização.

**Dionísio:** sim, mas precisamos aprender a ensinar contextualizando. Ensinar a Matemática financeira exige muito além das quatro operações. Precisamos ter uma capacitação sobre planilhas.

Foi possível concluir que cada um desses pontos apontados nessas falas revela a ampliação do conhecimento curricular do conteúdo segundo Shulman (1986) e Ball *et al.* (2008).

### 3.3 Sobre a utilização de um recurso visual para favorecer a compreensão e o cálculo do dinheiro no tempo

Reitera-se que durante o processo formativo, os professores deveriam elaborar em grupo uma sequência de atividades visando a construção de um Itinerário formativo para favorecer o desenvolvimento do Letramento financeiro de seus estudantes do Ensino Médio. Aqui, problematiza-se apenas uma dessas atividades por considerá-la emblemática no sentido de discutir a ampliação da base de conhecimentos dos professores para o ensino, notadamente o conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo e do ensino, segundo Ball *et al.* (2008).

O propósito dessa atividade é desenvolver conceitos de Matemática Financeira para os estudantes tomarem decisões informadas sobre opções de pagamento. Isso inclui considerações sobre juros, descontos e parcelamentos. O plano para execução elaborado pelos participantes foi seguinte:

#### Quadro 4 - Planejamento da atividade pelos professores

Introdução: explicar o objetivo e a importância de entender como os juros e descontos afetam as decisões de pagamento.
Aplicação Prática: Apresentar o cenário de Dona Maria e pedir aos alunos para calcular o custo total de cada opção de pagamento, considerando o rendimento do investimento de Dona Maria. Eles devem usar a fórmula de juros compostos para calcular o valor do investimento de Dona Maria após um e dois meses
Discussão em Sala de Aula: Pedir para compartilhar os cálculos e verificarem qual opção de pagamento que eles acham que é a melhor para Dona Maria. Discutir as respostas e explicar a importância de considerar todas as variáveis ao tomar decisões financeiras.

Fonte: dados da pesquisa.



A respeito dessa atividade, dois participantes emitiram seus pareceres:

**Dionísio:** utilizando o cenário prático de Dona Maria, os alunos são incentivados a calcular o custo total de cada opção de pagamento, reforçando a compreensão de juros compostos e desenvolvendo habilidades de resolução de problemas.

**Héstia:** A discussão em sala de aula promove o pensamento crítico e a importância de considerar todas as variáveis ao tomar decisões financeiras. A matemática é integrada na atividade, destacando sua relevância e utilidade na vida cotidiana.

O problema apresentado a seguir, que denominaram atividade, está transcrito tal e qual os professores o apresentaram, não explicitando o tipo de juros e indicando os valores em reais sem os centavos.

#### Quadro 5 - Atividade elaborada pelos professores

Atividade
Dona Maria tem dinheiro aplicado em um banco com rendimento de 4% ao mês. Ela pretende mandar fazer um vestido para a formatura de sua filha, o custo do vestido é de R\$ 300. Então a costureira lhe oferece três possibilidades para o pagamento:
1. Pagamento de 3 parcelas de R\$ 100 começando imediatamente, isto é, uma entrada mais dois pagamentos.
2. Um desconto de 5% se o vestido for pago em um mês.
3. Pagamento de R\$ 300 daqui a dois meses, que é o prazo de entrega do vestido.
Qual é a melhor opção?

Fonte: dados da pesquisa.

Junto com a proposição do problema, os professores apresentaram a resolução dos três itens do problema, respondendo qual seria a melhor opção de pagamento.

#### Quadro 6 - Resolução dos itens e resposta à questão da atividade

Resolução:
Encontrar as relações que expressem os valores envolvidos em função do tempo.
Para isso, considerar apenas que o dinheiro pode ser valorizado a 4% ao mês se se mantiver a aplicação.
<b>A.</b> Pagamento de 3 parcelas de R\$ 100:
Nesta opção, Dona Maria não terá nenhum rendimento, pois começará a pagar imediatamente. Portanto, o custo total será de R\$ 300.
<b>B.</b> Desconto de 5% se o vestido for pago em um mês: O valor do vestido com o desconto será de $300 \times (1 - 0,05) = 300 \times 0,95 = 285$ reais. No entanto, se Dona Maria mantivesse os R\$ 300 aplicados no banco durante um mês, ela teria um rendimento de $300 \times 0,04 = 12$ reais. Portanto, o custo desta opção seria de $285 - 12 = 273$ reais.
<b>C.</b> Pagamento de R\$ 300 daqui a dois meses:
a. Se Dona Maria mantivesse os R\$ 300 aplicados no banco durante dois meses, ela teria um rendimento de $300 \times 0,04 \times 2 = 24$ reais.
b. Portanto, o custo desta opção seria de $300 - 24 = 276$ reais.
Portanto, <b>A</b> é a <b>melhor opção</b> para Dona Maria seria pagar o vestido em um mês com o desconto de 5%, pois essa opção tem o menor custo.

Fonte: dados da pesquisa.

É necessário destacar a potencialidade pedagógica deste problema elaborado pelos professores, que permite discutir

com os alunos que na Matemática Financeira considera-se que o dinheiro nunca fica “parado” no tempo, sem investimento: há uma variação no valor ao longo do tempo, ou seja, só é possível adicionar quantias ou compará-las se essas forem referentes à mesma data.

Por este motivo considera-se a proposição desta atividade no itinerário como exemplar. A resolução do problema envolve a aplicação de conceitos de Matemática Financeira, como juros compostos e cálculo/comparação de quantias disponibilizadas em momentos distintos.

No entanto, apesar dessa escolha ser muito adequada, pois trata de uma questão central da Matemática Financeira, o valor do dinheiro no tempo, observa-se que a resolução apresentada para a opção A é errada, pois adicionaram quantias de três momentos distintos:  $100 + 100 + 100 = 300$ . Quando questionados sobre isso, ficaram surpresos e disseram que nunca haviam pensado nisto; discutiu-se com eles que o principal propósito da Matemática financeira é analisar a “transformação” do dinheiro no tempo, pois a sua aplicação só faz sentido quando existir taxa que remunere o capital investido.

Para explicar melhor essa situação, considera-se que promover a visualização por meio de um eixo de setas, que pode ser considerado um registro gráfico de fluxo de caixa: um eixo horizontal, funcionando como uma escala de tempo, que evolui da esquerda para a direita, setas verticais, posicionadas sobre datas indicando valores, que podem ser recebimentos ou pagamentos, entre uma seta e a seguinte indica-se o fator multiplicado: . A unidade de tempo entre parcelas periódicas deve coincidir com o período de capitalização de juros.

A SEE-SP (2010) por meio do Caderno do Professor e do Caderno do aluno também utiliza essa representação. É importante ressaltar que o método de fazer o eixo do tempo e colocar as setas era usado pelo Prof. Morgado (2005) para resolver problemas de fluxo de caixa.

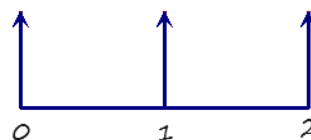
Para a discussão da opção I do problema proposto pelos docentes participantes, combinou-se que seriam utilizados juros compostos, pois as aplicações em banco são geralmente dessa forma, embora não estivesse explícito no enunciado.

Combinou-se que seriam alteradas as letras para facilitar os significados na fórmula dos juros compostos –  $M = M_0(1 + i)^t$  – que eles já haviam demonstrado, para  $F = A(1 + i)^t$ , sendo o valor futuro e o valor atual, na data do acordo.

Outro aspecto discutido e compreendido pelos professores que para obter:

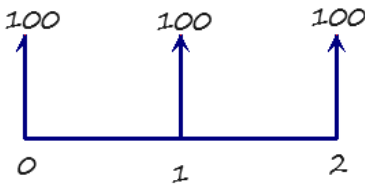
- o valor Futuro, é suficiente multiplicar o valor Atual por  $(1 + i)^t$ ;
- o valor Atual, é suficiente dividir o valor Futuro por  $(1 + i)^t$ .

Apresenta-se a seguir a resolução da opção A, que foi discutida com os professores participantes, utilizando a representação:



Os significados das setas representam três datas: data 0, a do momento inicial do acordo; data 1 que corresponde 1 mês após ter fechado o acordo; data 2, correspondente a 2 meses depois de fechado o acordo.

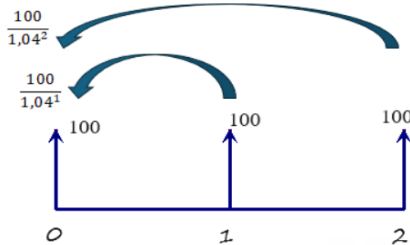
- **Opção A:** 3 parcelas mensais de 100 reais começando imediatamente, ou seja, na data 0. As setas verticais indicam os valores a serem pagos nas datas 0, 1 e 2.



Utilizando  $F = A(1 + i)^t$

Para  $t = 1$ :  $100 = A(1 + 0,04)^1 \rightarrow A = \frac{100}{(1,04)^1}$  e para

$t = 2$ :  $A = \frac{100}{(1,04)^2}$ . Assim, para resolver o problema, uma das possibilidades seria levar os 100 reais da data 1 para a data 0 e os 100 reais da data 2 para a data 0.

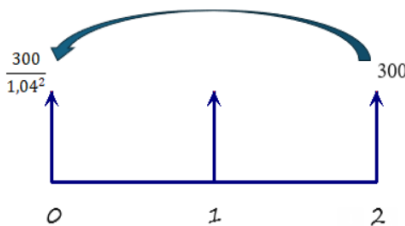


Como  $\frac{100}{1,04} \cong 96,15$  e  $\frac{100}{(1,04)^2} \cong 92,46$ . Portanto, na data 0 o custo será igual a:  $100 + 96,15 + 92,46 = 288,61$  e não R\$ 300,00 como afirmaram os professores.

Foi importante os professores compreenderem que se aplicassem a quantia de R\$ 96,15 na data 0, teriam o valor de R\$ 100,00 na data 1, e que essa compreensão é fundamental para resolver problemas de Matemática Financeira.

- **Opção B:** Um desconto de 5% se o vestido for pago em um mês.

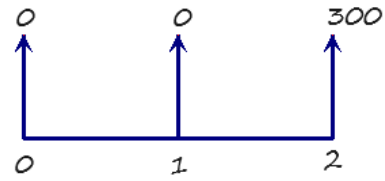
Nesta opção, o valor a ser pago no mês 1 é  $(1 - 0,05) \cdot 300 = 285$ . Para fazer a comparação com a primeira opção é necessário calcular na data 0 o valor correspondente a 285 reais (95% de 300) que seria pago na data 1, conforme o esquema:



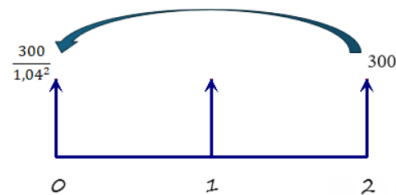
Trazendo 285 reais para a data 0:

$$A = \frac{285}{(1 + 0,04)^1} = \frac{285}{1,04} \cong 274,04..$$

- **Opção C:** Pagamento de R\$ 300,00 daqui a dois meses



Leva-se R\$ 300,00 para a data 0, pois os valores das opções I e II foram levados para essa data:



$$A = \frac{300}{(1,04)^2} \cong 277,37$$

Comparando os valores das três opções, que foram trazidos para a data 0, conclui-se que a melhor opção é a B, a de menor valor. É importante ressaltar que essa escolha poderia ter sido feita também trazendo os valores para a data 1 ou para a data 2.

Os professores ficaram muito entusiasmados, conforme mostra o diálogo que se apresenta transcrito:

Gaia: Gostei desse método, é bastante visual, temos de levar a quantia de uma seta para outra. O gráfico esquematiza o problema e a gente fica com uma visão, percebendo o que devemos calcular.

Dionísio: Essa forma de estudar Matemática Financeira é muito interessante, pois trabalha com a parte a parte visual do problema. Se o aluno representar direitinho através do eixo das setas ele aprende a organizar porque para levar a quantia para a data zero ele tem de dividir e para a frente, para o futuro, ele tem de multiplicar.

Artêmis: Sim, Dionísio. Mas acho que poderíamos calcular agora levando os valores para outra data. Professora, acho que vamos escolher outra data e resolver novamente. O que a senhora acha?

Pesquisadora: Sim, acho interessante. Principalmente se escolhermos a data 1, porque aí precisaríamos levar apenas os valores da opção A e da opção C, pois a opção B já calculamos o valor de 285 reais. O importante é lembrar que para calcular soma, diferença ou mesmo comparar quantias elas devem estar na mesma data.

Hefesto: Vai ser legal, porque a opção I, temos que levar 100 reais para a frente, da data 0 à data 1 e 100 reais para trás, da data 2 para a data 1.

Considera-se que essa discussão indica claramente a ampliação do conhecimento pedagógico do conteúdo Shulman (1986). Em suas considerações a respeito desses conhecimentos, esse autor observa que o professor deve desenvolver e investigar modos alternativos e úteis de representação de ideias, deve ser capaz de selecionar exemplos, estabelecer relações, explicar e demonstrar essas ideias, de tal forma que se tornem compreensíveis aos seus alunos. Ademais, o professor deve conhecer estratégias criativas, que permitam organizar ou reorganizar concepções,



porventura equivocadas, dos estudantes.

Na visão de Ball *et al.* (2008, p.10), essas representações pertenceriam às categorias do conhecimento do conteúdo especializado e conhecimento do conteúdo e do ensino. A esse respeito, estes pesquisadores acrescentam que

Para ajudar os estudantes a aprender, os professores necessitam ser capazes não apenas de fazer matemática, mas eles necessitam “desfazer” os elementos daquela matemática, para tornar suas características aparentes para os estudantes<sup>5</sup>. (tradução nossa).

Nesse sentido, a intenção ao propor essas questões era criar uma oportunidade para que os professores refletissem também sobre seus próprios conhecimentos a respeito de conceitos e procedimentos da Matemática financeira e, eventualmente, identificassem aspectos desses conhecimentos que, após a fase de intervenção, poderiam ser considerados como avanços ou ainda precisariam ser aprimorados.

#### 4 Conclusão

De fato, é importante que o professor de Matemática compreenda conceitos fundamentais de Matemática financeira e de Educação Financeira para que seus alunos desenvolvam um nível de Letramento Financeiro eficiente. Essa compreensão propicia uma visão da Matemática também como ferramenta para a resolução de problemas financeiros e que, para isso, não são necessárias tantas fórmulas como normalmente ocorre.

A proposta de utilização da representação visual de problemas envolvendo quantias em datas diferentes foi muito eficiente para os professores participantes, tanto para (re) construir o conceito envolvido – valor do dinheiro no tempo – essencial para a tomada de decisões financeiras, bem como para ensiná-lo. Os participantes da pesquisa reconheceram que conceitos matemáticos podem, por exemplo, indicar uma opção mais barata de compra, mas a tomada de decisão também envolve outros elementos, custo de oportunidade, por exemplo.

As reflexões compartilhadas do grupo – docentes e pesquisadores – sobre a sequência de atividades, leituras e tarefas para elaborar uma proposta de um Itinerário formativo, envolveram diferentes estratégias e promoveram de fato a revisão de conceitos, ou mesmo ressignificar esses conhecimentos. Reafirma-se: ampliaram a base de conhecimentos para o ensino do tema: conteúdo específico e pedagógico desse conteúdo.

A proposta de análise das sequências de atividades no interior do grupo de professores pôde, segundo compreensão, favorecer a percepção de outras possibilidades de integrar matemática financeira e educação financeira ao longo dos Ensinos Fundamental e Médio, a depender do nível de compreensão dos alunos.

Mediante os resultados deste estudo, considera-se imprescindível que nos processos de formação – inicial ou continuada – haja um trabalho envolvendo discussão

sobre a prática docente de modo a promover a articulação de diferentes abordagens, estratégias e tecnologias digitais para os processos de ensino e aprendizagem de conceitos e procedimentos da Educação financeira. Para esse trabalho, destaca-se: a proposição de situações-problema cujas respostas não se resumam a encontrar apenas valores numéricos, mas sim tomadas de decisão e suas respectivas justificativas.

Em síntese, as discussões e reflexões compartilhadas realizadas durante o processo formativo, possibilitaram que os docentes participantes alargassem suas próprias concepções: ensinar Matemática inclui também a valorização de práticas educativas que levem em conta necessidades do mundo contemporâneo – conhecimentos sobre educação financeira, consumo e ambientes digitais, entre outros. Os docentes reconheceram que ensinar Matemática é ensinar a pensar e que as problematizações podem favorecer esta característica, pois estimulam a mobilização de conhecimentos em razão do processo investigativo e reflexivo.

#### Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *J. Teacher Educ.*, v.59., n.5, p.389-407, 2008 doi: [10.1177/0022487108324554](https://doi.org/10.1177/0022487108324554).

BOALER, J. MUNSON, J. WILLIAMS, C. *Mentalidades matemáticas na sala de aula: ensino fundamental*. Porto Alegre: Penso, 2019.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular – BNCC*. Brasília: MEC, 2018.

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. *Progressões e Matemática financeira*. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 2005.

NOVAES, R. C. N. *Uma abordagem visual para o ensino de matemática financeira no ensino médio*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

OCDE. *Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies*. OECD, 2018. Disponível em: <https://www.oecd.org/finance/financial-education/improvingfinancialliteracyanalysisofissuesandpolicies.htm> Acesso em: jun. 2024.

PISA 2021: *Matriz de referência de análise e de avaliação de letramento financeiro*. Brasília: Inep, 2020.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo Paulista*, 2019.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Matemática conectada – Educação Financeira sustentável*. Currículo Paulista, 2022.

SKOVSMOSE, O. *Um convite à educação matemática crítica*. Campinas: Papirus, 2014.

UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro. *Matemática financeira para a Educação Básica: uma abordagem prática e visual*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

5 To help students learn, teachers need to not only be able to do mathematics, but they need to unpack the elements of that mathematics to make its features apparent to students. (Ball *et al.*, 2008, p.10).